

Modeliranje in simulacija helikopterskega žerjava

Marko Hančič
Mentor: prof.dr. Aleš Belič
Fakulteta za elektrotehniko, UL
Tržaška 25, 1000 Ljubljana
markohancic@gmail.com

Modelling and simulation of a helio-crane

This article is focused on modelling, simulation and validation of mathematical model by comparison to a real system. Helio-crane model system is first described along with its motor and angular sensor characteristics and properties. A Lagrangian modelling method is then presented to define a mathematical model of helio-crane. Once the mathematical model is obtained, it is linearised around three different linearization points. When we compared responses of mathematical model and real system, the agreement was poor. We carried out an optimization procedure using Matlab's built-in function `fminsearch()` to match those responses. After optimization we compared responses of the real system, mathematical model and its linearized model. We have learned that deviation of the linearized model response from real system response increases with increasing value of operating point.

Kratek pregled prispevka

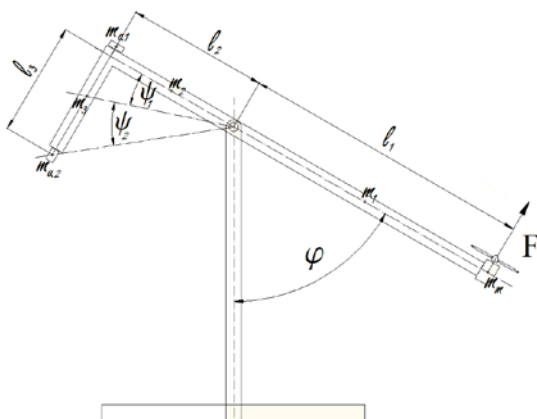
Članek opisuje razvijanje, izpeljavo in simulacijo matematičnega modela za sistem helikopterskega žerjava. Najprej je na kratko opisan sistem helikopterskega žerjava, značilnosti in karakteristike motorja ter senzorja zasuka. Nato je opisan razvoj nelinearnega matematičnega modela sistema po metodi Lagrangea. Sledi linearizacija nelinearnega matematičnega modela. Po postopku linearizacije so predstavljene simulacijske sheme za primerjavo odzivov nelinearnega in linearnega modela z odzivom realnega sistema. Zaradi neujemanja odziva izpeljanega modela in realnega sistema smo izvedli optimizacijo, s katero smo odziva nelinearnega modela in realnega sistema čim bolj približali. Lineariziran model smo preizkusili v treh delovnih točkah. Odstopanja linearnega modela je večje pri delovnih točkah z višjo vrednostjo.

1 Uvod

Pri vsakdanjem delu se pogostokrat srečujemo s problemom vodenja procesov. Če so ti procesi kompleksnejšega značaja, so zahtevni in nevarni za vodenje, si pri načrtovanju vodenja pomagamo z opisom tega procesa v obliki modela. Pri tej nalogi smo obravnavali sistem helikopterskega žerjava drugega reda. Za namene vodenja in preizkušanja lastnosti helikopterskega žerjava smo sistem opisali z matematičnim modelom, ter ga linearizirali.

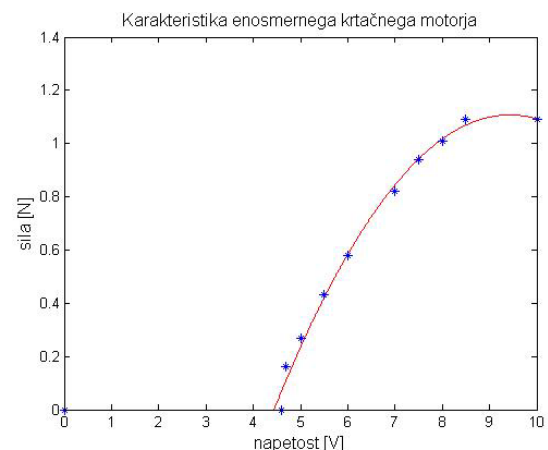
2 Opis naprave

Helikopterski žerjav (slika 1) sestoji iz kovinskega ogrodja. Del ogrodja služi kot nosilna konstrukcija premikajočemu se delu ogrodja. Palica v obliki črke I je iz železnega kvadratnega profila. Na dolžini l_1 od vpetja na koncu palice je nameščen krtačen elektromotor z zračnim vijakom.



Slika 1: Skica sistema helikopterski žerjav, z označenimi veličinami: F – vlečna sila vijaka, φ – kot zasuka, l_1 – razdalja od vrlišča palice, do sredine motorja, l_2 – razdalja od vrlišča palice, do krajšega konca palice, l_3 – dolžina konca palice, m_1 – masa palice dolžine l_1 , m_2 – masa palice dolžine l_2 , m_3 – masa palice dolžine l_3 , m_{u1} – masa uteži na vrhnjem delu krajšega konca palice, m_{u2} – masa uteži na spodnjem delu zavitega konca palice, ψ_1 – kot med linijo med krajšim delom palice in vrlišča ter linijo med vrliščem in središčem konca palice l_3 , ψ_2 – kot med linijo med vrliščem in središčem konca palice l_3 ter linijo iz vrlišča do središča uteži 2.

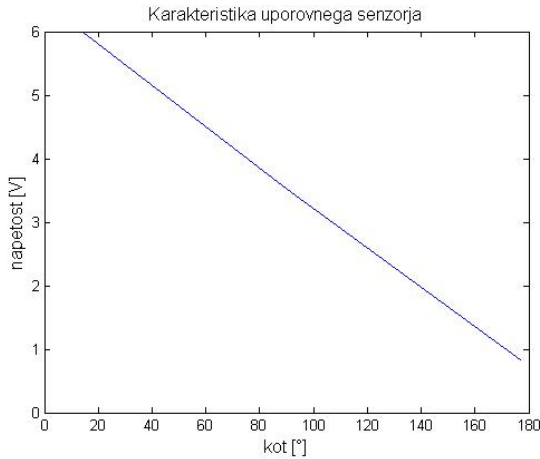
Ker je moč motorja majhna, so na nasprotnem koncu palice nameščene uteži, ki motorju pomagajo pri dviganju. Naprava ima nameščeno fizično blokado, da kot zasuka ne more preseči kota 180° . Vhodna veličina obravnavanega sistema je enosmerna napetost, ki jo dovajamo na elektromotor. Glede na dovedeno napetost na elektromotor z vrtenjem zračnega vijaka proizvedemo vzgonsko silo in povzročimo dviganje palice. Izhodna veličina sistema je napetost na senzorju zasuka φ . V tabeli 1 so zbrane izmerjene vrednosti parametrov sistema. Obravnavani sistem je sistem drugega ali višjega reda, saj imamo ob samem delovanju prisotno nihanje sistema, preden pride do umiritve. Slika 2 prikazuje karakteristiko enosmernega motorja. Vidimo, pri kateri napetosti motor začne razvijati moč in potisk vijaka. Slika 3 pa prikazuje negativno karakteristiko uporovnega senzorja zasuka.



Slika 2: Karakteristika enosmernega krtačnega motorja: rdeča krivulja predstavlja približno funkcijo, modre točke pa predstavljajo izmerjene vrednosti.

Tabela 1: Izmerjeni parametri helikopterskega žerjava

| | |
|----------|---------------|
| ψ_1 | $17,74^\circ$ |
| ψ_2 | $33,62^\circ$ |
| l_1 | 378,25 mm |
| l_2 | 200 mm |
| l_3 | 153 mm |
| l_{m1} | 166,5 mm |
| ρ_d | 1,13 kg/m |
| m_m | 0,13 kg |
| m_{u1} | 0,145 kg |
| m_{u2} | 0,02 kg |



Slika 3: Karakteristika uporovnega senzorja za merjenje zasuka φ z negativno karakteristiko.

3 Izpeljava matematičnega modela

Matematični model helikopterskega žerjava smo izpeljali po Lagrangeovi metodi [1, 2]. Enačba (1) je zapis splošne definicije Lagrangeove parcialne diferencialne enačbe. P predstavlja močnostno funkcijo (enačba (2)), q_s je posplošena koordinata, okrog katere razvijemo model sistema, R je konstanta dušenja.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_s} + \frac{\partial P}{\partial \dot{q}_s} = F_s \quad (1)$$

Napaka! Zaznamek ni definiran. $P = \frac{1}{2} R \dot{q}_s^2$ (2)

$$L = T_k + V_p \quad (3)$$

L je Lagrangeova funkcija (enačba (3)), pri čemer je T_k kinetična in V_p potencialna energija sistema, F_s pa je zunanje vzbujanje v smeri posplošene koordinate. Na podlagi enačbe (1) smo zapisali parcialno diferencialno enačbo (enačba (4)) za naš primer, kjer smo za posplošeno koordinato izbrali kot φ . Upoštevali smo, da je ω enaka odvodu kota φ po času t .

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}} \right) + \frac{\partial L}{\partial \omega} = M - D \quad (4)$$

Moment M smo izračunali po enačbi (5), kjer je F vlečna sila propelerja in l_1 razdalja med vrtilščem in sredino motorja. Izgube D smo izračunali po enačbi (6), kjer smo močnostno

funkcijo P (enačba (2)) odvajali po ω , f predstavlja koeficient trenja in ω kotno hitrost.

$$M = F \cdot l_1 \quad (5)$$

$$D = \frac{\partial P}{\partial \omega} = f \omega \quad (6)$$

Za izračun Lagrangeove funkcije smo z uporabo fizikalnih zakonov zapisali enačbo za kinetično (enačbi (7) in (8)) in potencialno (enačba (9)) energijo. Vztrajnostni moment v enačbi (7) smo izračunali kot vsoto prispevkov vztrajnostnih momentov posameznih mas okoli vrtilšča (enačba (8)).

$$T_k = \frac{J \omega^2}{2} \quad (7)$$

$$J = J_m + J_1 + J_2 + J_3 + J_{u1} + J_{u2} = m_m l_1^2 + \rho_d (l_1 + l_2) \frac{1}{3} (l_1^2 - l_1 l_2 + l_2^2) + \rho_d \left(l_2^2 l_3 + \frac{l_3^3}{3} \right) + m_{u1} l_{u1}^2 + m_{u2} (l_1^2 + l_2^2) \quad (8)$$

$$V_p = m_m g l_1 (1 - \cos \varphi) + m_1 g l_1 \left(1 - \frac{1}{2} \cos \varphi \right) + m_2 g \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \cos \varphi \right) + m_{u1} g (l_1 + l_{u1} \cos \varphi) + m_3 g \left(l_1 + \sqrt{\left(\frac{l_3}{2} \right)^2 + l_2^2} \cos \left(\varphi + \arctg \left(\frac{l_3}{2l_2} \right) \right) \right) + m_{u2} g \left(l_1 + \sqrt{l_3^2 + l_2^2} \cos \left(\varphi + \arctg \left(\frac{l_3}{l_2} \right) \right) \right) \quad (9)$$

Po vstavitvi Lagrangeove funkcije v enačbo (4) ter odvajanju funkcije po kotu φ in kotni hitrosti ω , smo po nekaj matematičnih operacijah dobili matematičen zapis našega sistema (enačba (10)).

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J} (F l_1 - f \omega + m_m g l_1 \sin \varphi + m_1 g l_1 \frac{1}{2} \sin \varphi - m_2 g \frac{l_2}{2} \sin \varphi - m_{u1} g l_{u1} \sin \varphi - m_3 g \sqrt{\left(\frac{l_3}{2} \right)^2 + l_2^2} \sin \left(\varphi + \arctg \frac{l_3}{2l_2} \right) - m_{u2} g \sqrt{l_3^2 + l_2^2} \sin \left(\varphi + \arctg \frac{l_3}{l_2} \right)) \quad (10)$$

4 Linearizacija nelinearnega modela

Ker se v vsakdanji praksi pogosto uporablja in dela z linearnimi procesi in sistemi, pa tudi

ker je veliko metod za načrtovanje regulacije razvitih za linearne sisteme, smo izvedli linearizacijo matematičnega modela. Linearizacijo smo izvedli okrog treh izbranih delovnih točk. Izbrali smo si naslednje delovne točke: pri napetosti 5 V, pri kateri dosežemo na izhodu kot $\varphi=34.04^\circ$, pri 5.5V in $\varphi=45.69^\circ$ in pri 6.5V ter $\varphi=68.31^\circ$. Linearizirali smo nelinearne dele modela, torej izraze kotnih funkcij, ki vsebujejo kot φ , s pomočjo razvoja v Taylorjevo vrsto, za vsako delovno točko (enačba (11)).

$$f_n(\varphi) = \bar{f} + \frac{df_n}{d\varphi_{DT}} \cdot \Delta\varphi, \bar{f}_1 \dots \bar{f}_6 = 0 \quad (11)$$

$$a = m_m \cdot g \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_{DT}$$

$$b = m_1 \cdot g \cdot l_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos \varphi_{DT}$$

$$c = m_2 \cdot g \cdot l_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos \varphi_{DT}$$

$$d = m_{u1} \cdot g \cdot l_{u1} \cdot \cos \varphi_{DT}$$

$$e = m_3 \cdot g \cdot \sqrt{\left(\frac{l_3}{2}\right)^2 + l_2^2} \cdot \cos(\varphi_{DT} + \alpha_1)$$

$$h = m_{u2} \cdot g \cdot \sqrt{l_3^2 + l_2^2} \cdot \cos(\varphi_{DT} + \alpha_1) \quad (12)$$

Z linearizacijo nelinearnih izrazov okrog delovne točke smo dobili številske vrednosti koeficientov a, b, c, d, e, h (enačbe (12)). Te vrednosti smo skupaj z ostalimi členi vstavili v matrike A, B, C, D (enačbi (13)) in zapisali lineariziran model v prostoru stanj (enačbi (14)).

$$\dot{x} = A \cdot \Delta x + B \cdot \Delta u$$

$$y = C \cdot \Delta x + D \cdot \Delta u \quad (13)$$

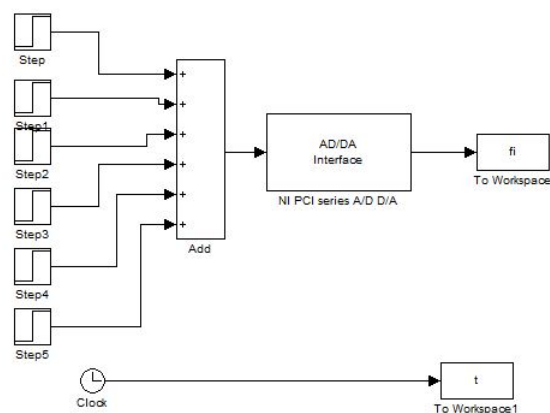
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-a-b+c+d+e+h}{J} & -\frac{f}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ Fl_1 \end{bmatrix} \Delta u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

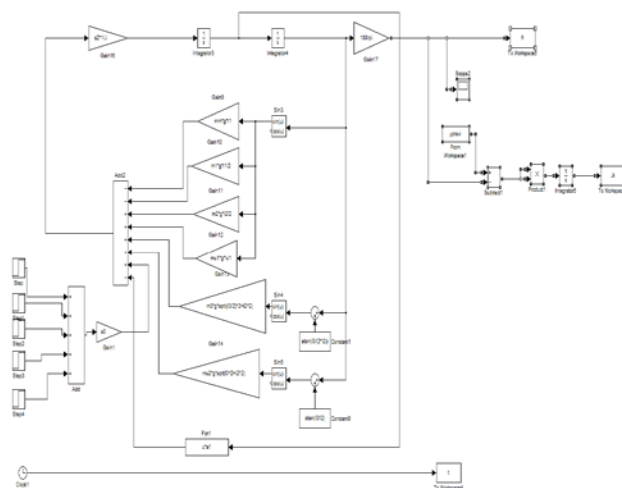
5 Primerjava odziva nelinearnega modela, lineariziranega modela in realnega sistema

Za namen ugotavljanja primernosti in primerjave odzivov dobljenega nelinearnega in lineariziranega matematičnega modela z odzivom realnega sistema, smo izvedli serijo meritev odzivov realnega sistema. Z uporabo

programskega okolja Matlab - Simulink ter kartice za zajem podatkov smo narisali preskusno shemo (slika 2) in izvedli pet zaporednih meritev. Izračunali smo povprečje petih meritev in dobili srednjo vrednost meritev. Na podlagi matematičnega modela smo narisali simulacijsko shemo za nelinearni model (slika 3). Model smo vzbujali z enakim vhodnim signalom ob enakem času vzorčenja kot realni sistem. Oba odziva smo primerjali med seboj in ugotovili, da se med seboj razlikujeta. Nelinearni model smo za doseg ujemanja odzivov modela in realnega sistema uglasili.



Slika 2: Preskusna, merilna shema sistema helikopterski žerjav, z vhodnim stopničastim signalom

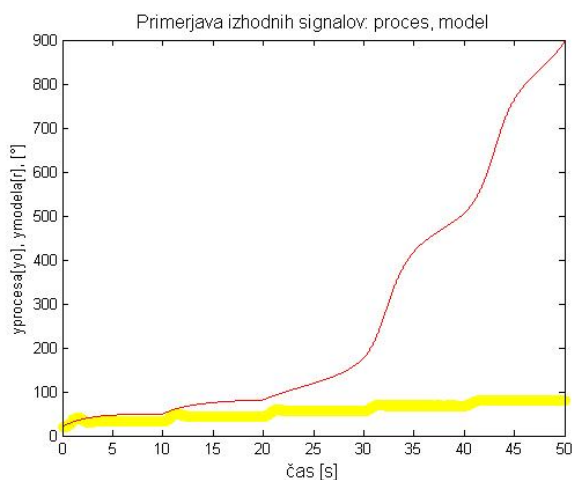


Slika 3: Simulacijska shema nelinearnega modela za helikopterski žerjav, z vhodnim stopničastim signalom ter vezjem za primerjanje odzivov realnega sistema in modela

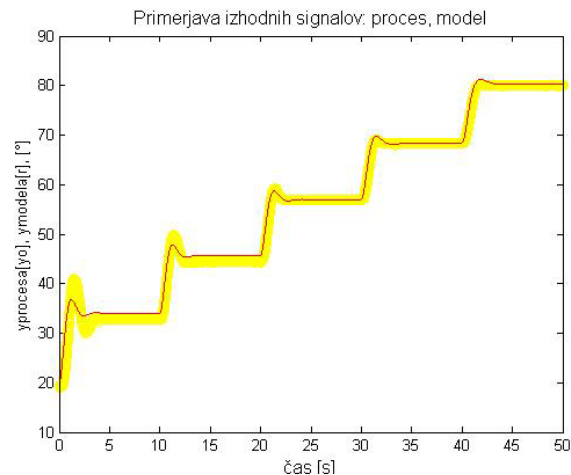
Za doseg čim boljšega ujemanja obeh odzivov, smo izvedli optimizacijo z uporabo

matlabove funkcije `fminsearch()`. Za nastavljanje smo izbrali tri parametre. S parametrom $a0$ smo nastavljali vzbujačo silo F , s parametrom $a1$ pa koeficient trenja v ležajih.

Poskušali smo s pomočjo optimizacije doseči optimalno prilaganje odziva modela odzivu sistema. Kot kriterijsko funkcijo smo računali integral kvadrata razlik trenutnih izhodnih vrednosti. Ko smo dosegli minimalno vrednost kriterijske funkcije, smo dosegli optimalno nastavitve parametrov. Na sliki 4 vidimo odziva pred optimizacijo, na sliki 5 pa primerjana odziva po izvedbi optimizacije. Na sliki 4 opazimo, da je ojačenje izhoda modela bistveno večje kot ojačenje izhoda realnega sistema. Prav tako vidimo, da se je pri modelu palica že začela vrteti okrog svoje osi, preko 180° . To nam pove, da moramo predvideno vhodno silo zmanjšati, da bomo dobili čim bolj enak odziv kot na realni napravi.



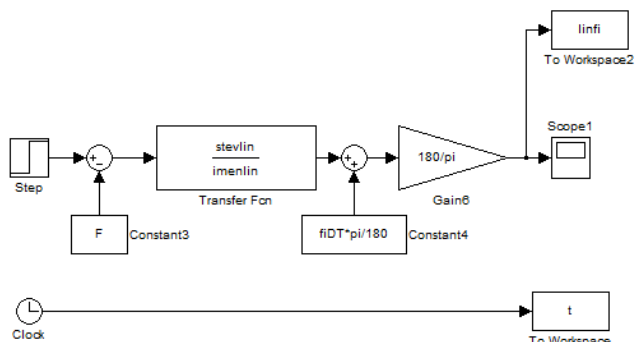
Slika 4: Primerjava odzivov neuglašene nelinearnega modela (rdeča barva) in realnega sistema (rumena barva) pri vzburjanju z vhodnim stopničastim signalom



Slika 5: Primerjava odzivov optimiranega nelinearnega modela (rdeča barva) in realnega sistema (rumena barva) pri vzburjanju z vhodnim stopničastim signalom. Vrednosti parametrov sta $a0=0,48$ in $a1=0,15$.

Z optimiranimi parametroma $a0=0,48$ in $a1=0,15$ smo dosegli dobro ujemanje odziva modela z odzivom realnega sistema.

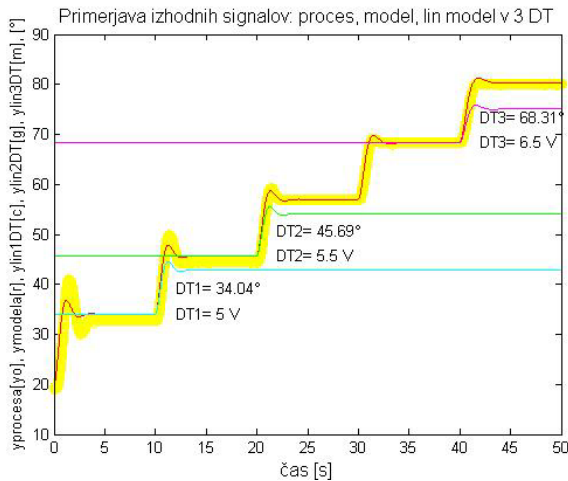
Za opazovanje in preizkušanje delovanja lineariziranega modela smo zgradili simulacijsko shemo (slika 6). Na sliki vidimo, kako vhodnemu signalu odštejemo vrednost signala v izbrani delovni točki. Na izhodu pa odzivu lineariziranega modela prištejemo vrednost izhodnega signala v izbrani delovni točki.



Slika 6: Simulacijska shema lineariziranega modela za opazovanje odziva modela v vseh treh delovnih točkah

Slika 7 prikazuje izmerjene odzive realnega sistema, odzive nelinearnega modela ter vse tri odzive lineariziranega modela. Opazimo lahko, da se z višanjem napetosti, višje izbrano delovno točko, odstopanje med odzivom

lineariziranega modela in odzivom realnega modela povečuje. Razlog za večanje odstopanja bi lahko bil v bližanju palice ravnovesnemu stanju. Bližje ravnovesnemu stanju se palica zavrti, manj moči potrebuje motor za dviganje.



Slika 7: Primerjava odzivov realnega sistema, nelinearnega modela, ter lineariziranega modela v treh delovnih točkah

6 Zaključek

V članku smo predstavili primer tvorbe modela z uporabo Lagrangeove metode. Zaradi nepopolnosti in neidealnosti izpeljan nelinearni model ne popiše obnašanja sistema v celoti.

Zaradi spreminjanja koeficienta trenja v ležajih sistema, menjave zračnega vijaka, je prišlo do spremenjenih vrednosti v karakteristiki motorja in pri koeficientu trenja. Zato smo model prilagodili odzivu realnega sistema z nastavitvijo parametrov s postopkom optimizacije.

Lineariziran model se slabše odziva na spremembe pri delovnih točkah z večjim kotom, saj prihaja zaradi približevanja palice ravnovesni legi do razbremenjevanja elektromotorja in zračnega vijaka. Zato je odziv realnega modela večji kot odziv lineariziranega modela.

7 Seznam literature

- [1] M. Atanasijevič Kunc, Metode modeliranja – Zapiski predavanj, Fakulteta za elektrotehniko v Ljubljani, Ljubljana 2013.
- [2] M. Atanasijevič Kunc, Modeliranje procesov : zbirka primerov z ilustracijami v okolju Matlab-Simulink, Fakulteta za elektrotehniko v Ljubljani, Ljubljana 2008.