

# **Razvoj nelinearnega modela multivariabilnega sistema**

**Žiga Stržinar**

**Mentor: doc. dr. Vito Logar**

**Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko**

**Tržaška cesta 25, 1000 Ljubljana**

**ziga@strzinar.si, vito.logar@fe.uni-lj.si**

## ***Development of a nonlinear model for a MIMO system***

In this article we presented mathematical modeling of a multivariable laboratory device – a helicopter with two degrees of freedom. Modeling was performed in several steps. The nonlinear mathematical model was constructed using a mixed approach – the structure of our nonlinear model was determined by theoretical modeling, abiding by the laws of physics. The missing parameters of the helicopter model were determined with a hybrid optimization algorithm, comparing the behavior of our model with responses of the real device. Special attention was given to the construction of an appropriate fitness function which must offer a compromise between fitting the model to transient responses and to steady-state values – both in open- and closed-loop configurations. The model we developed was evaluated in open- and closed-loop.

## ***Kratek pregled prispevka***

V članku smo predstavili matematično modeliranje multivariabilne laboratorijske naprave – helikopterja z dvema prostostnima stopnjama. Modeliranje smo realizirali v več korakih ob uporabi kombinacije teoretičnega modeliranja in hibridne optimizacije. S pomočjo teoretičnega modeliranja smo definirali nelinearno strukturo, s pomočjo hibridne optimizacije pa smo ocenjevali manjkajoče parametre modela tako, da so bili odzivi modela in sistema čim bolj podobni. Posebno pozornost smo posvetili izgradnji ustrezne kriterijske funkcije, ki naj nudi primeren kompromis med ujemanjem prehodnih pojavov modela in sistema ter ujemanjem v ustaljenem stanju in sicer pri odprto in zaprtozančnem delovanju sistema in modela. Tudi vrednotenje modela je potekalo pri odprto in zaprtozančnem delovanju.

## 1 Uvod

Načrtovanje vodenja dinamičnih sistemov zahteva poznavanje lastnosti obravnavanih sistemov in oceno dosegljivih ciljev načrtovanja [1,2]. Dobro poznavanje sistema in poglobljeno analizo pogosto dosežemo s pomočjo razvoja primerne, oziroma še pogostejše, primernih matematičnih modelov [3,4], s pomočjo katerih lahko testiramo uspešnost načrtovanja in pojasnujemo eventualne pomanjkljivosti ali relativne prednosti rešitev. Nekateri algoritmi vodenja pa celo zahtevajo poznavanje informacije o sistemu v obliki ustreznega matematičnega modela [3,4].

S tovrstnimi izzivi smo se srečali pri načrtovanju zaprtozanknega vodenja modelne naprave, kot je prikazana na sliki 1.



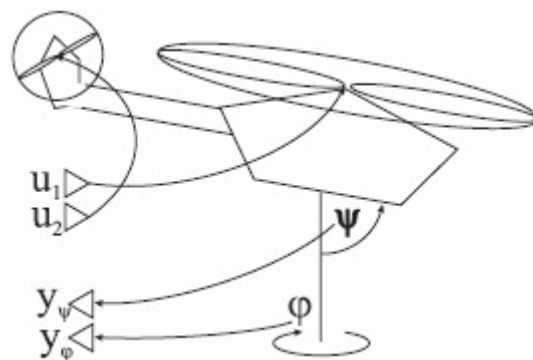
Slika 1: Laboratorijski helikopter CE 150.

Gre za helikopter proizvajalca Humosoft [5], pri katerem pa je bila originalna povezava z računalnikom zamenjana [6], kar je seveda povzročilo tudi določene spremembe v delovanju opazovanega sistema. Kot vsak realen sistem je seveda tudi ta podvržen staranju, kar lahko še dodatno spremeni pričakovano obnašanje. Vse omenjeno je motiviralo revizijo in ustrezno dopolnjevanje obstoječih opisov [5,7]. Pri namenu modeliranja, kot smo si ga zastavili, smo skušali še posebej upoštevati željo, da naj bo razviti matematični model, oziroma modeli čim bolj ustrezen tudi za namene načrtovanja vodenja.

Prispevek je organiziran na naslednji način. V drugem razdelku smo podrobneje opisali samo napravo in izhodiščne korake modeliranja, ki smo jih vršili s pristopom, ki je poznan kot teoretično modeliranje. Opisali smo tudi nekatere probleme razvoja simulacijskega modela. V tretjem razdelku smo se posvetili postopnim izboljšavam modela ob uporabi hibridne optimizacije. Kljub uspešni kombinaciji globalnih in lokalnih metod pa smo pri tem morali precej truda vložiti v ustrezno definicijo kriterijske funkcije, ki tudi ključno prispeva k uspešnosti optimizacijskega postopka. Razviti model smo vrednotili pri odprto in zaprtozanknem delovanju, kar smo predstavili v četrtem razdelku. Prispevek je sklenjen z zaključkom, kjer smo povzeli najpomembnejše ugotovitve in predstavili nekaj idej, ki se jim bo potrebno posvetiti v prihodnosti.

## 2 Teoretično modeliranje in simulacijska realizacija modela

Kot smo že omenili, je sistem, katerega matematično modeliranje želimo predstaviti, laboratorijski helikopter z oznako C150 proizvajalca Humosoft [5]. Gre za sistem, ki je pripet na podnožje, gibanje naprej in nazaj ter vrtenje okoli osi vpetja pa povzročamo z vrtenjem dveh rotorjev, kot je ilustrirano na sliki 2. Gre torej za multivariabilni sistem z dvema vhodnima signaloma  $u_1$  in  $u_2$ , to sta napetostna signala vzbujanja motorjev obeh rotorjev in dvema izhodoma, to sta napetosti senzorjev obeh izmerjenih kotov  $y_\psi$  in  $y_\phi$ .



Slika 2: Shematski prikaz modelne naprave.

Sistem ima pravzaprav še tretji vhod, s katerim vplivamo na pomik uteži. Ta vhodni

signal je namenjen predvsem generiranju motenj pri delovanju sistema in ga v obravnavanem primeru nismo uporabljali.

Teoretično modeliranje je eden od pristopov h gradnji modela procesa. Uporabljamo ga, ko poznamo ravnotežne zakone, ki se jim proces podreja. Pri razvoju inženirsko uporabnih modelov moramo med modeliranjem upoštevati nekatere poenostavitvene predpostavke in pri tem zanemariti pojave, ki ne vplivajo bistveno na kvaliteto obnašanja modela. Pri tem se seveda vedno soočamo z vprašanjem, katere pojave je še smiselno zanemariti, da bomo dosegli primerno kvaliteto modela glede na zastavljeni namen njegove uporabe.

Obnašanje helikopterja okrog vodoravne osi (vpadni kot  $\Psi$ ) definirajo vztrajnostni moment helikopterja  $J_1$ , navor zaradi glavnega rotorja  $\tau_1$ , navor zaradi sile teže helikopterja  $\tau_{Fg}$ , navor zaradi dušenja v osi  $\tau_{B\Psi}$  ter navor zaradi žiroskopskega efekta  $\tau_G$ . Upoštevajoč vse omenjeno lahko zapišemo prvo ravnotežno enačbo sistema v naslednji obliki:

$$J_1 \ddot{\Psi} = \tau_1 - \tau_{Fg} - \tau_{B\Psi} - \tau_G \quad (1)$$

Posamezne člene enačbe (1) lahko predstavimo podrobneje na naslednji način:

$$\tau_{Fg} = M_g \sin(\Psi) \quad (2)$$

$$\tau_{B\Psi} = B_{\Psi 1} \dot{\Psi} + B_{\Psi 2} \text{sign}(\dot{\Psi}) \quad (3)$$

$$\tau_G = K_{gyro} x_1 \dot{\phi} \cos(\Psi) \quad (4)$$

kjer je  $M_g$  zmnožek sile teže trupa  $F_g$  in razdalje med težiščem in vodoravno osjo  $l$ .  $B_{\Psi 1}$  in  $B_{\Psi 2}$  sta konstanti dušenja, oziroma trenja,  $K_{gyro}$  pa je konstanta žiroskopske sklopjenosti. Enačba (3) predstavlja prispevek Coulombovega trenja in dušenja, ki je proporcionalno kotni hitrosti.

Navor motorja  $\tau_1$  smo opisali z enačbama (5) in (6), katerih strukturo smo povzeli po priporočilih proizvajalca [5]. Enačba (5) opisuje kvadratno povezavo med rotacijsko hitrostjo in navorom glavnega rotorja. Enačba (6) pa opisuje dinamiko motorja, ki se na spremembe vzbujanja ne odziva hipno temveč kot dokaj hiter sistem drugega reda [5].

$$\tau_1 = a_1 x_1^2 + b_1 x_1 \quad (5)$$

$$\frac{x_1(s)}{u_1(s)} = \frac{f_1}{(T_1 s + 1)^2} \quad (6)$$

V enačbah (5) in (6) predstavlja  $x_1$  kotno hitrost glavnega rotorja,  $a_1$  in  $b_1$  sta parametra glavnega rotorja, ki definirata povezavo med njegovo kotno hitrostjo in proizvedenim navorom,  $T_1$ , je časovna konstanta prenosne funkcije med odzivom (hitrostjo vrtenja) glavnega motorja in napetostnim vzbujanjem, parameter  $f_1$  pa je enosmerno ojačenje.

Dinamično obnašanje helikopterja okrog navpične osi, torej glede na kot zasuka  $\varphi$  pa opisuje ravnotežje naslednjih navorov: navora repnega rotorja  $\tau_2$ , navora dušenja v navpični osi  $\tau_{B\varphi}$  in reakcijskega navora zaradi vrtenja glavnega rotorja  $\tau_r$ :

$$J_2 \ddot{\varphi} = \tau_2 - \tau_{B\varphi} - \tau_r \quad (7)$$

Posamezni členi enačbe (7) imajo naslednjo obliko:

$$\tau_{B\varphi} = B_{\varphi 1} \dot{\varphi} + B_{\varphi 2} \text{sign}(\dot{\varphi}) \quad (8)$$

$$\tau_2 = (a_2 x_2^2 + b_2 x_2) \text{sign}(x_2) \quad (9)$$

$$\frac{x_2(s)}{u_2(s)} = \frac{f_2}{(T_2 s + 1)^2} \quad (10)$$

Enačbe (7) do (10) so po pomenu dualne enačbam (1) do (6). V enačbi (9) smo za razliko od situacije, ki jo opisuje enačba (5), dodali še člen  $\text{sign}(x_2)$ , ki omogoča opis vrtenja rotorja v drugo - negativno smer. V enačbah (8) do (10) je pomen parametrov naslednji:  $B_{\varphi 1}$  in  $B_{\varphi 2}$  sta konstanti dušenja, oziroma trenja,  $x_2$  predstavlja hitrost pomožnega rotorja,  $a_2$  in  $b_2$  sta parametra pomožnega rotorja, ki definirata povezavo med njegovo kotno hitrostjo in proizvedenim navorom,  $T_2$  pa je časovna konstanta prenosne funkcije med odzivom motorja pomožnega rotorja (njegovo kotno hitrostjo) in njegovim napetostnim vzbujanjem,  $f_2$  je enosmerno ojačenje.

Reakcijski navor, ki nastane zaradi vrtenja glavnega rotorja in vpliva tudi na zasuk helikopterja smo modelirali z naslednjima enačbama:

$$\tau_r = a_r x_{1r}^2 + b_r x_{1r} \quad (11)$$

$$\frac{x_{1r}(s)}{u_1(s)} = f_1 f_3 \frac{T_{1r}s^2 + T_{2r}s + 1}{(T_1 s + 1)^2} \quad (12)$$

Pomen enačb (11) in (12) je za pomožni rotor podoben pomenu enačb (5) in (6) za glavni rotor. Gre za povezavo med napetostnim vzbujanjem motorja in njegovim odzivom – hitrostjo vrtenja pomožnega rotorja ter za povezavo med hitrostjo vrtenja pomožnega rotorja in proizvedenim navorom okrog navpične osi. Parametra  $a_r$  in  $b_r$  govorita o relaciji med hitrostjo vrtenja glavnega rotorja in navorom okrog navpične osi. Časovna konstanta  $T_1$ , ki je prisotna v enačbi (12), je enaka kot v enačbi (6), saj enačbi opisujeta isti motor. Zaradi večje splošnosti pri določanju križne povezave smo predpostavili, da je tudi števec prenosne funkcije (12) lahko opisan s polinomom drugega reda s parametroma  $T_{1r}$  in  $T_{2r}$  ter dodatnim ojačenjem v obliki faktorjev  $f_1$  in  $f_3$ .

Model opisan z enačbami (1) do (12) smo realizirali v okolju Matlab Simulink. Pri tem pa smo dodatno upoštevati še nekaj posebnosti realnega sistema.

Upoštevali smo znane karakteristike vzbujačnega vezja, kjer vhodni signal 0,5V povzroči, da oba motorja mirujeta. Upoštevali smo tudi karakteristiki inkrementalnih senzorjev kotov – vrednosti na izhodu ob kotih  $0^\circ$  ter pretvorbo izhodov iz voltov v stopinje.

Realna naprava je glede na kot zasuka  $\varphi$  omejena med  $0^\circ$  in  $270^\circ$ . Ta podatek smo v simulacijskem modelu upoštevali kot omejitev ustreznega integratorja. Ko se izhod modela nahaja v eni od teh omejitev, ponastavimo integrator, katerega izhod predstavlja kotno hitrost  $\frac{d\varphi}{dt}$ .

Elementi, ki so v prvi realizaciji sheme predstavljeni enačbi (3) in (8), so zaradi nenehnega prehajanja ničle (v ustaljenem stanju velja  $\frac{d\Psi}{dt} \approx 0$  in  $\frac{d\varphi}{dt} \approx 0$ ) močno upočasnili simulacijo. Z namenom pohitritve simulacije smo te elemente nadomestili z ustreznima (look-up) tabelama, katerih uporabo omogoča Simulink.

Za integracijo smo izbrali vgrajeno Dormand-Prince metodo [8,9], ki temelji na metodi 5. reda

in predvideva spremenljivo dolžino računskega koraka.

Na realni napravi je prisoten tudi pojav odboja glede na kot zasuka  $\varphi$ , ki se zgodi, ko naprava z visoko hitrostjo zadene fizično omejitev kota zasuka. Tega pojava v model nismo vključili, ker predvidevamo, da pri normalnih pogojih delovanja sistema do odbojev ne sme priti.

### 3 Parametrizacija nelinearnega modela s hibridno optimizacijo

Hibridna optimizacija je dvokoračni postopek, kjer v prvem koraku uporabimo eno od metod tako imenovane globalne optimizacije (sem praviloma uvrščamo optimizacijske metode, ki vključujejo stohastične pojave) nato pa z delnim izidom nadaljujemo preiskovanje prostora še z eno od tako imenovanih metod lokalne optimizacije (sem praviloma uvrščamo gradientne metode, simpleks metode, oziroma metode linearnega in nelinearnega programiranja) [9-12]. Kot globalni optimizacijski algoritem smo uporabili genetski algoritem [11,12], kot lokalno metodo pa Matlabovo funkcijo `fminsearch` (to je večdimenzionalna neomejena in nelinearna optimizacija, ki uporablja Nelder-Mead simpleks metodo [9]).

#### 3.1 Genetski algoritem

Genetski algoritem je optimizacijska metoda, ki posnema naravno evolucijo [11,12]. Algoritem temelji na generacijah osebkov. V vsako novo generacijo naj bi se prenašale lastnosti, ki osebkom omogočajo doseganje boljših vrednosti kriterijske funkcije. V prvem koraku lahko začetno populacijo osebkov določimo z naključnim izborom, ali pa jo določimo kako drugače. Vsak osebek sestoji iz vektorja parametrov (v našem primeru je to 21 različnih parametrov modela), ki predstavljajo možne optimalne rešitve zastavljenega problema. Vse osebkove generacije ovrednotimo s kriterijsko funkcijo (predstavljena v nadaljevanju). Ko je celotna populacija (vsi osebki) ovrednotena, začnemo s postopkom izbora naslednje generacije. Osebki nove generacije so določeni z nastavitvijo

optimizacijskih parametrov, ki vplivajo na tako imenovano križanje, mutacijo in elitistični izbor staršev, oziroma osebkov prejšnje generacije, da dobimo generacijo potomcev. Vse od omenjenih operacij se izvedejo z določeno stopnjo verjetnosti. Na takšen, zelo poenostavljen način algoritem posnema naravno evolucijo. Boljši osebki imajo večjo verjetnost, da bodo izbrani za vplivanje na generacijo potomcev. Naša izvedba algoritma vključuje tudi tako imenovani elitizem, kar pomeni, da nekaj najboljših osebkov prekopiramo v naslednjo generacijo.

### 3.2 Oblikovanje kriterijskih funkcij

Pri vseh optimizacijskih metodah je temeljnega pomena izbira ustrezne kriterijske funkcije, saj je vrednost kriterijske funkcije informacija o tem, kako kvalitetna je neka potencialna rešitev.

Za namen estimacije parametrov modela smo izvedli več eksperimentov na napravi. Razdelimo jih lahko v štiri skupine: eksperiment v konfiguraciji UV1 (naprava je fiksirana glede na kot zasuka, stranski motor je ugasnjen), UV2 (naprava je fiksirana glede na vpadni kot, glavni motor je ugasnjen), preizkus križnih interakcij (KI) (z zaporednim prižiganjem obeh motorjev pokažemo vpliv glavnega rotorja na zasuk naprave) ter zaprtozančni (ZZ) eksperiment z dvema univariabilnima PD regulatorjema.

Vsako skupino eksperimentov lahko samostojno uporabimo za vrednotenje modela pri enem vektorju parametrov  $\Theta$ . Skupno oceno vektorja parametrov smo dobili kot uteženo vsoto vrednosti posameznih kriterijskih funkcij za vsakega od štirih načinov delovanja.

Vsako kriterijsko funkcijo za en način delovanja smo realizirali kot primerjavo meritev na napravi in odzivov modela pri enakem vzbujujanju (za načine UV1, UV2 in KI), oziroma pri enaki referenci (za ovrednotenje ZZ delovanja). Osnova vseh štirih kriterijskih funkcij je računanje pogreška glede na opazovani kot (UV1:  $e_\psi$ , UV2:  $e_\varphi$ , KI:  $e_\varphi$ , ZZ:  $e_\psi$ ,  $e_\varphi$ ), v zaprtozančni konfiguraciji pa tudi pogrešek, ki smo ga določili s primerjavo regulirnih signalov ( $e_{u1}, e_{u2}$ ).

Za kvaliteto modela je pomembno tudi ujemanje v ustaljenem stanju, zato smo v kriterijsko funkcijo vključili filtriran odvod (na primeru UV1: enačba (13)), ki na izhodu daje visoko vrednost, ko pride do spremembe vzbujujanja (ali reference v ZZ primeru). Dobljeni signal (indikator, da na izhodu mora priti do prehodnega pojava) prilagodimo ter ga pomnožimo s pogreškom (na primeru UV1: enačba (14)). S tem pogrešek ob prehodnem pojavu utežimo napram pogrešku v ustaljenem stanju. Spodnje enačbe opisujejo realizacijo dela kriterijske funkcije, ki obtežuje prehodni pojav:

$$\frac{W_1(s)}{\Delta U_1(s)} = \frac{4350s}{2s+0.6} \quad (13)$$

$$\Delta u_1(t) = u_1(t) - u_{1 D.T.} \quad (14)$$

$$fitne_{UV1} = (|w_1(t)| + 1) * e_\psi(t) \quad (15)$$

V enačbah (13), (14) in (15) predstavlja  $u_1$  vzbujujanje glavnega motorja,  $u_{1 D.T.}$  je vzbujujanje v definirani delovni točki,  $e_\psi$  je pogrešek glede na vpadni kot,  $w_1$  pa je vmesna spremenljivka. Izraz  $fitness_{UV1}$  predstavlja vrednost kriterijske funkcije ob upoštevanju izbrane obtežitve prehodnega pojava.

Podobno, kot smo obtežili prehodni pojav, smo izbrali tudi ustrezno obteževanje za vrednotenje ujemanja odzivov v ustaljenem stanju. V tem primeru smo uporabili filtriran odvod meritve odziva naprave. Ko opazovana vrednost pade pod določeno izbrano mejo, to pomeni, da se meritev izhoda ne spreminja več. Takrat lahko pogrešek med modelom in napravo dodatno obtežimo. Odvajanje merjenega odziva naprave za UV1 način delovanja opisuje enačba (16). Mejno vrednost, pod katero mora pasti absolutna vrednost odvoda, smo izbrali pri 1,3.

$$\frac{W_2(s)}{Y_{\psi naprava}(s)} = \frac{s}{2s+0.6} \quad (16)$$

Da bi kaznovali oscilatornost dobljenega modela, smo v izračun kriterijske funkcije dodali strukturo za zaznavanje oscilatornosti. Strukturo, na primeru UV1 opisujeta enačbi (17) in (18), kjer  $t_{end}$  označuje čas konca simulacije,  $t_{last}$  pa trenutek, ko se je končal zadnji prehodni pojav, kot ga zaznavamo glede na enačbe (13)-(15).

$$osc_{UV1} = \int_{t_{last}}^{t_{end}} |w_3(t)| dt \quad (17)$$

$$\frac{W_3(s)}{Y_{\Psi mode}} = \frac{s}{2s+12} \quad (18)$$

Model označimo za oscilatoren, če je vrednost, dobljena z enačbo (17), nad 0,1. Zaželen učinek bi lahko dosegli tudi s štetjem prehodov ustaljenega stanja.

### 3.3 Iskanje rešitev

Navkljub številnim zagonom algoritma so dobljeni parametri pogosto rezultirali v modelu, ki je v ustaljenem stanju izkazoval rahla odstopanja od izhoda laboratorijske naprave. V model smo zato ročno vstavili statično (look-up) tabelo, ki ustrezno popravlja navor na glavnem motorju. Na osnovi nekaj poskusov smo poiskali potrebno dodatno ojačenje (v delu modela, kjer je prisoten navor glavnega motorja), ki navor ustrezno poveča, da se izhod modela v ustaljenem stanju ujema z izhodom realne naprave. Ojačenje smo poiskali v več opazovanih delovnih točkah in zgradili ustrezno (look-up) tabelo. Vrednosti delovnih točk in pripadajočih ojačenj prikazuje tabela 1.

*Tabela 1: Dodatna ojačenja navora glavnega rotorja.*

| Delovna točka (navor glavnega rotorja) [Nm] | Ojačenje |
|---------------------------------------------|----------|
| 0,06                                        | 1,01     |
| 0,0661                                      | 1,01     |
| 0,0704                                      | 1,008    |
| 0,0731                                      | 1,006    |
| 0,0745                                      | 1        |

Tako posodobljenemu modelu smo ponovno poiskali optimalne parametre. Našli smo model, ki je dobro opisoval delovanje sistema v širokem območju delovanja, tako glede na kot zasuka, glede na vpadni kot ter glede na križni povezavi, kot tudi glede na delovanje v zaprti zanki.

Dobljeni nelinearni model smo primerjali z meritvami na realni napravi. Izvedli smo primerjave glede na vpadni kot, kot zasuka,

primerjavo križnih povezav ter primerjavo zaprtozankačnega obnašanja. Določeni parametri so predstavljeni v tabeli 2.

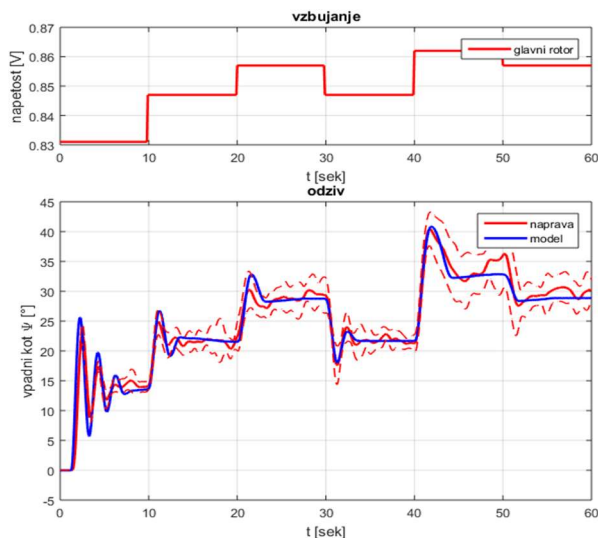
*Tabela 2: Parametri dobljeni s hibridno optimizacijo.*

|              |                                           |
|--------------|-------------------------------------------|
| $J_1$        | 0,0034 kg m <sup>2</sup>                  |
| $M_g$        | 0,0752 Nm                                 |
| $B_{\Psi 1}$ | 0,0012 Nms                                |
| $B_{\Psi 2}$ | 3,3638 10 <sup>-4</sup> Nm                |
| $K_{gyro}$   | 9,0625 10 <sup>-4</sup> Nms <sup>2</sup>  |
| $a_1$        | 0,0759                                    |
| $b_1$        | 0,0862                                    |
| $T_1$        | 0,1031 s                                  |
| $J_2$        | 2,9429 10 <sup>-4</sup> kg m <sup>2</sup> |
| $B_{\phi 1}$ | 9,5641 10 <sup>-6</sup> Nms               |
| $B_{\phi 2}$ | 7,9044 10 <sup>-6</sup> Nm                |
| $a_2$        | 0,0319                                    |
| $b_2$        | 0                                         |
| $T_2$        | 0,0344 s                                  |
| $a_r$        | 0,0056                                    |
| $b_r$        | 0,0980                                    |
| $T_{1r}$     | -0,9851                                   |
| $T_{2r}$     | 10,7368                                   |
| $f_1$        | 1,5842                                    |
| $f_2$        | 1,2251                                    |
| $f_3$        | 0,0127                                    |

## 4 Vrednotenje modela

### 4.1 Primerjava odzivov glede na vpadni kot

Tako napravo kot model smo vzbujali s serijo stopnic, kot je prikazano na zgornjem diagramu na sliki 3. Spodnji diagram na sliki 3 pa prikazuje odziv modela (modro) in sistema (rdeče). Izvlečena rdeča črta prikazuje povprečje desetih eksperimentov na realni napravi, črtkani rdeči črti kažeta odmik ene standardne deviacije.



Slika 3: Vzbujanje glavnega rotorja sistema – prvi vhod (zgoraj) in primerjava prvega odziva (vpadnega kota) naprave ter modela (spodaj).

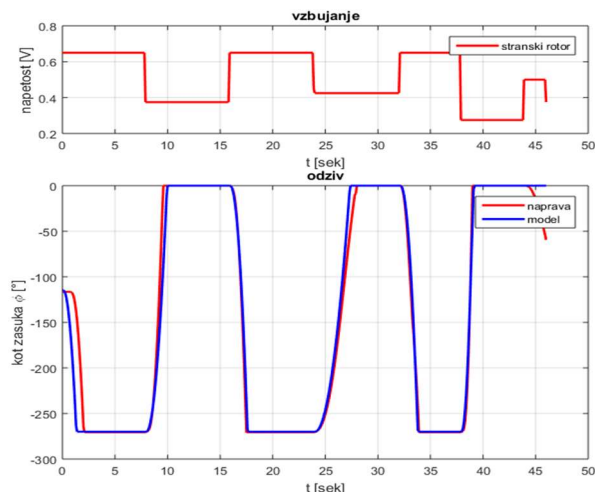
#### 4.2 Primerjava odzivov glede na kot zasuka ter prikaz interaktivnosti

Podobno, kot za vpadni kot, smo primerjali tudi kot zasuka sistema in modela, rezultati pa so prikazani na sliki 4. Pri tem velja omeniti, da odbojev realnega sistema v prikaz iz prej omenjenih razlogov nismo vključili.

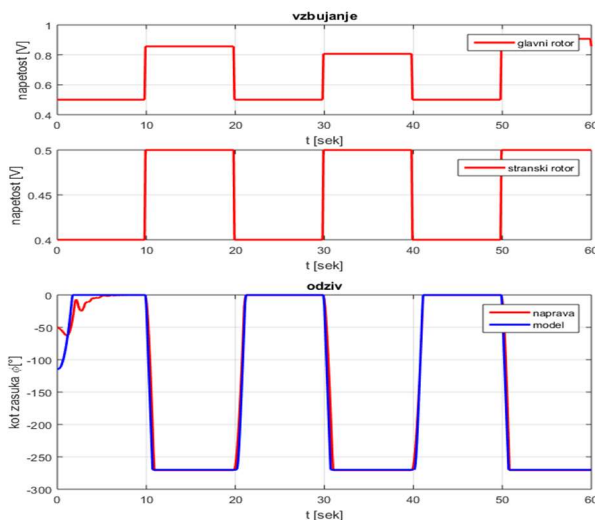
Pomembna lastnost naprave je prisotnost križne povezave, to je vpliva glavnega rotorja na kot zasuka  $\phi$ . Ta povezava je prisotna tudi v našem nelinearnem modelu in zato smo jo želeli ustrezno vrednotiti. To smo naredili tako, da smo spreminjali vzbujanje motorja glavnega rotorja in nato smo opazovali gibanje helikopterja de ene od skrajnih meja. Meritve in simulacijske rezultate prikazuje slika 5.

#### 4.3 Zaprtozančno obnašanje

Tudi zaprtozančno obnašanje je lahko zelo informativen pokazatelj ujemanja modela s sistemom. Zato smo načrtali dva PI-D regulatorja, katerih namen ni bilo optimalno zaprtozančno delovanje, le stabilizacija procesa v okolici opazovane delovne točke. Parametre regulatorjev opisuje tabela 3.



Slika 4: Vzbujanje stranskega rotorja sistema – drugi vhod (zgoraj) in primerjava prvega odziva (vpadnega kota) naprave in modela (spodaj).



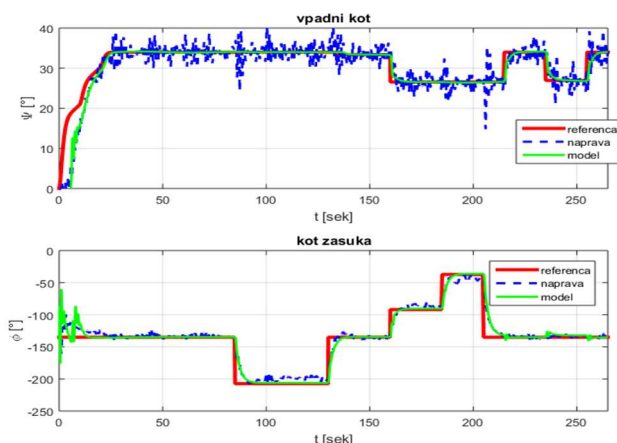
Slika 5: Vzbujanje glavnega rotorja sistema – prvi vhod (zgoraj) in stranskega rotorja sistema – drugi vhod (srednja slika) ter primerjava prvega odziva (vpadnega kota) naprave in modela (spodaj).

Slika 6 prikazuje primerjavo zaprtozančnih odzivov. Z modro črto označen odziv naprave tu ni povprečen, kot je bil v prejšnjih primerjavah. Z rdečo črto je označen potek reference, z zeleno pa zaprtozančni odziv modela. Slika 7 prikazuje pripadajoče regulirne signale.

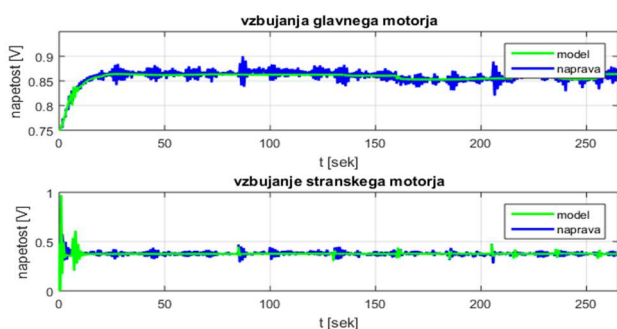
Ujemanje odzivov modela z odzivi sistema se zdi dokaj dobro pri vseh prikazanih odzivih, oziroma načinah delovanja opazovanega sistema.

Tabela 3: Parametri PI-D regulatorjev za zaprtozančno primerjavo.

|       |            |                   |            |                    |
|-------|------------|-------------------|------------|--------------------|
| $K_p$ | Vpadni kot | $1 \cdot 10^{-3}$ | Kot zasuka | $-1 \cdot 10^{-3}$ |
| $K_i$ |            | $8 \cdot 10^{-4}$ |            | 0                  |
| $K_d$ |            | $8 \cdot 10^{-4}$ |            | -0,002             |
| $T_d$ |            | 0,08              |            | 0,1448             |



Slika 6: Primerjava prvega odziva (vpadni kot) (zgoraj) ter drugega odziva (kot zasuka) (spodaj) pri zaprtozančnem delovanju.



Slika 7: Primerjava regulirnih signalov za glavni motor (zgoraj) in stranski motor (spodaj).

## 5 Zaključek

V prispevku smo predstavili razvoj matematičnega modela nelinearnega multivariabilnega sistema helikopterja. Modeliranje smo realizirali v cikličnem postopku, kjer smo delo pričeli s teoretičnim pristopom in skušali na takšen način v model vključiti čim več obstoječega znanja. Manjkajoče parametre smo estimirali s pomočjo hibridne optimizacije, kjer smo pri optimizacijskem postopku izhajali iz različnih možnih načinov

delovanja sistema in sicer kot dveh neodvisnih univariabilnih podsistemov, upoštevali pa smo tudi celovit multivariabilni sistem. Rezultate načrtovanja smo vrednotili tudi pri zaprtozančnem delovanju. Poudarimo, da pri tem sama kvaliteta vodenja ni bila zelo pomembna, osredotočali smo se predvsem na kvaliteto modela, ki smo jo v tej fazi ocenili kot sprejemljivo.

V prihodnje bomo skušali za predstavljeni nelinearni model določiti še skupino ustreznih lineariziranih aproksimacij, ki jih bo mogoče uporabiti za opis delovanja sistema v izbranih delovnih točkah. Temu pa bo sledilo tudi nadaljne načrtovanje različnih regulacijskih struktur.

## 6 Literatura

- [1] R. Karba, M. Atanasijević-Kunc, Multivariabilni sistemi, Založba FE in FRI Univerze v Ljubljani, Ljubljana 2010.
- [2] M. Atanasijević-Kunc, Predstavitev, analiza in načrtovanje skozi primere, Založba FE in FRI Univerze v Ljubljani, Ljubljana 2003.
- [3] M. Atanasijević-Kunc, R. Karba, B. Zupančič, Modeliranje in simulacija, Založba FE in FRI Univerze v Ljubljani, Ljubljana 2016.
- [4] R. Karba, Modliranje procesov, Založba FE in FRI Univerze v Ljubljani, Ljubljana 1999.
- [5] User's manual of helicopter model pilot plant CE-150, Humosoft, 2002.
- [6] M. Bošnjak, S. Blažič, Vodenje modelne naprave helikopterja CE150 z vmesnikom PoKeys56U, Zbornik dvajsete mednarodne Elektrotehniške in računalniške konference ERK, Portorož, Slovenija, Zv. A, str. 227-230, 2011.
- [7] G. Karer, B. Zupančič, Modelling and identification of a laboratory helicopter, Proceedings of the 5th Vienna Symposium on Mathematical Modeling MATHMOD, vol. 2, 9 str, February 2006.
- [8] B. Zupančič, R. Karba, D. Matko, I. Škrjanc, Simulacija dinamičnih sistemov, Založba FE in FRI Univerze v Ljubljani, Ljubljana, 2010.
- [9] User's manual of Matlab, MathWorks, 2013.
- [10] User's manual of Optimization Toolbox MathWorks, 2013.
- [11] Global Optimization Toolbox MathWorks, 2013.
- [12] M. Atanasijević-Kunc, Metode modeliranja, Prosojnice predavanj, Fakulteta za elektrotehniko Univerze v Ljubljani, 2013.