

Modeliranje laboratorijske naprave polhelikopter

Miha Markl, Martin Urigelj

Mentor: doc.dr. Gorazd Karer

Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani

Tržaška cesta 25, 1000 Ljubljana

miha.markl@gmail.com, martin.urigelj@outlook.com, gorazd.karer@fe.uni-lj.si

Helio-crane pilot plant modelling

In the paper, modelling of the helio-crane laboratory pilot plant are presented. This is a one-degree-of-freedom dynamic system. The goal of modelling was focused on the development of such results that would be suitable for control-design purposes. A combination of theoretical and experimental (identification) modelling approach was used. With theoretical modelling, a nonlinear mathematical model was developed. The models' parameters were optimized by comparing the output signals of the real device and the model output signals. The work was divided into two main steps. First, we optimized the static parameters and later also the parameters that influence the dynamic-model properties. Structural corrections were also needed to achieve good matching with the responses of the system. A linearized model describing the system in the near neighborhood of the chosen operating point was also developed. The responses of this linear approximation were compared to those of the nonlinear model as well as with the responses of the pilot plant. The final evaluation of modelling results was realized in closed-loop operation, the main focus of which was devoted to the observation of control signals with regard to the presented modelling goals.

Kratek pregled prispevka

V članku smo predstavili modeliranje laboratorijske naprave polhelikopter z eno prostostno stopnjo. Cilj modeliranja je bil usmerjen v razvoj takšnih modelov, ki bi bili primerni za namene načrtovanja vodenja obravnavanega sistema. Uporabili smo kombinacijo teoretičnega in eksperimentalnega modeliranja. S pomočjo teoretičnega modeliranja smo zgradili nelinearni model, parametre katerega smo optimizirali tako, da se je odziv modela čim bolj prilagajal odzivom realne naprave. Delo je potekalo v več korakih. Najprej smo optimizirali statične parametre in nato še tiste, ki vplivajo na dinamične lastnosti, pri katerih pa smo morali za dobro ujemanje model še strukturno nadgraditi. S postopkom linearizacije smo določili tudi linearizirano predstavitev, ki omogoča preprostejšo analizo sistema v bližini izbranih delovnih pogojev. Odzive smo primerjali tako z odzivi nelinearnega modela, kot tudi z izmerjenimi odzivi naprave. Ker je bilo modeliranje realizirano za namene načrtovanja vodenja, smo končno vrednotenje modelov realizirali tudi pri zaprtotrančnem delovanju, kjer je bil poudarek na ujemanju regulirnih veličin modelov in sistema.

1 Uvod

Gradnja modelov realnih naprav je bistvenega pomena za kasnejše načrtovanje vodenja [1,2]. Seveda si želimo, da modeli čim bolj posnemajo obnašanje realne naprave, da pri implementaciji vodenja, ki ga razvijemo s pomočjo modela, ne pride do večjih razlik med pričakovanimi odzivi, ki smo jih dobili z modelom, in odzivi realne naprave. Pri načrtovanju modelov poznamo dva osnovna pristopa, teoretično in eksperimentalno modeliranje, v praksi pa se izkaže, da je najbolje, če ju kombiniramo in izkoristimo relativne prednosti obeh.

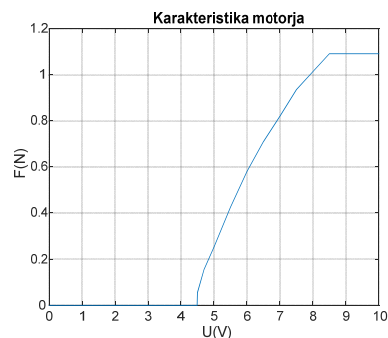
Načrtovanje modelov je zelo pomembno z ekonomskega vidika, saj je lahko načrtovanje vodenja na realnih sistemih zelo drago in časovno zahtevno, v nekaterih primerih pa tudi zdravju in okolju nevarno. S pomočjo modelov lahko tudi šolamo ljudi, ki bodo v prihodnosti upravljali realni sistem, hkrati pa lahko tudi preverimo, kako se bodo odzvali, ko bodo izpostavljeni stresnim situacijam in ali so sposobni sistem povrniti nazaj v predvideno delovanje.

2 Opis naprave

Napravo sestavljajo elektromotor s propelerjem, jeklena konstrukcija, dva ležaja in senzor kota. Stabilni del jeklene konstrukcije je pritrjen na aluminijast podstavek, nihalo pa je preko navarjene osi in drsnih ležajev pripeto na nosilno konstrukcijo. Nihalo je sestavljeno iz jeklene cevi dolžine l_1 , na katero je na eni strani privarjena jeklena cev dolžine l_2 , na drugi strani pa je nanjo pritrjen elektromotor s propelerjem (slika 3). Kot merimo s potenciometrom, ki je pritrjen na stabilni del konstrukcije, os potenciometra pa je pritrjena na os nihala.

Elektromotor, ki vrti propeler za ustvarjanje potiska, ki nihalo premika iz ravnotežne lege, je modelarski motor MIG 400 z nazivno napetostjo 6 V [3]. Motor je krmiljen s pulznoširinsko modulacijo s frekvenco 80 Hz. Moč motorja je 60 W, kar pomeni, da moramo

motorju zagotoviti tokove do 10 A. Karakteristiko motorja prikazuje slika 1.



Slika 1 Karakteristika motorja

Potenciometer za merjenje kota je 10 k Ω potenciometer z linearno karakteristiko. Napajamo ga s stabilno napetostjo 10 V, kar pomeni, da na izhodu merimo napetost v razponu 0—10 V. Napajanje s stabilno napetostjo je pomembno, da zmanjšamo pošumljenost izhodnega signala, ki jo povzročijo relativno veliki toki motorja. Karakteristiko potenciometra (merilnika zasuka) prikazuje slika 2.



Slika 2 Karakteristika senzora

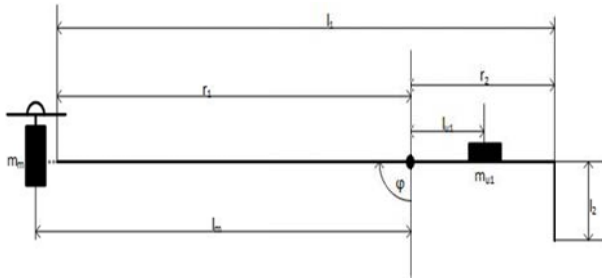
3 Matematični model

Naš matematični model smo razvili na osnovi enačbe za ravnovesje navorov (3.1).

$$J\ddot{\phi} = T - f\dot{\phi} \quad (3.1)$$

Skupni vztrajnostni moment J (3.2) in navor T (3.3) smo izračunali kot vsoto posameznih vztrajnostnih momentov, oziroma navorov. Vztrajnostni moment vodoravne palice, ki je vpeta na os in na kateri je na enem koncu motor, na drugem pa protiutež, smo izračunali po enačbi (3.4), vztrajnostni moment navpične

palice pa z enačbo (3.5). Za masi motorja in protiuteži smo predpostavili, da sta točkovni, vztrajnostni moment smo določili z enačbo (3.6), oziroma (3.7). Za določanje navorov smo privzeli pozitivno smer navzgor, tako smo navor zaradi potiska propelerja določili po enačbi (3.8), navor zaradi mase motorja po enačbi (3.9), navor zaradi mase palice od osi do motorja po enačbi (3.10), navor zaradi mase palice od osi do navpične palice po enačbi (3.11), navor zaradi navpične palice po enačbi (3.12) in navor zaradi mase protiuteži po enačbi (3.13). Oznake, ki smo jih uporabljali v predstavljenih enačbah in pri modeliranju so predstavljene na sliki 3.



Slika 3 Shema naprave

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 \quad (3.2)$$

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 \quad (3.3)$$

$$J_1 = \frac{1}{3} \rho_d l_1 (r_1^2 - r_1 r_2 + r_2^2) \quad (3.4)$$

$$J_2 = \rho_d l_2 \left(\frac{l_2^2}{3} + r_2^2 \right) \quad (3.5)$$

$$J_3 = m_m l_m^2 \quad (3.6)$$

$$J_4 = m_{u1} l_{u1}^2 \quad (3.7)$$

$$T_1 = F_m l_m \quad (3.8)$$

$$T_2 = -m_m g l_m \sin \varphi \quad (3.9)$$

$$T_3 = -\rho_d \frac{r_1^2}{2} g \sin \varphi \quad (3.10)$$

$$T_4 = \rho_d \frac{r_2^2}{2} g \sin \varphi \quad (3.11)$$

$$T_5 = \rho_d l_2 g \sqrt{\frac{l_2^2}{4} + r_2^2} \sin(\varphi + \psi_1) \quad (3.12)$$

$$T_6 = -m_{u1} g l_{u1} \sin \varphi \quad (3.13)$$

$$\psi_1 = \arctan \frac{l_2}{2r_2} \quad (3.14)$$

Tabela 1: Vrednosti parametrov modela			
Oznaka	Vrednost	Oznaka	Vrednost
m_m	0,13 kg	l_{u1}	0,21 m
m_{u1}	0,145 kg	l_2	0,128 m
ρ_d	1,13 kg/m	l_1	0,54 m
r_1	0,34 m	l_m	0,38 m
r_2	0,2 m		

V tabeli 1 [4] lahko vidimo vrednosti parametrov, ki smo jih uporabili v matematičnem modelu. V opisanih enačbah manjka še parameter dušenja f , kateremu smo kot izhodiščno vrednost izbrali vrednost $f_0 = 0,105 \text{ kgm}^2/\text{s}$.

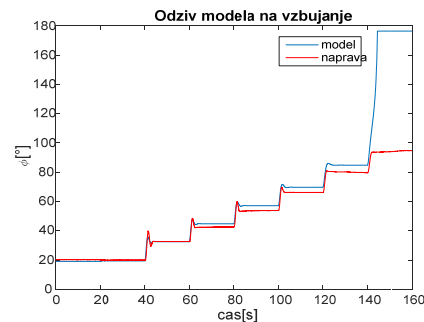
Za lažjo realizacijo matematičnega modela v okolju Simulink, smo zapis modela poenostavili v enačbo (3.15), ki jo dopolnjujeta enačbi (3.16) in (3.17). Kasneje se je izkazalo, da nam ta zapis omogoča tudi lažje optimiziranje parametrov modela.

$$J\ddot{\varphi} = F_m l_m + k_1 \sin \varphi + k_2 \sin(\varphi + \psi_1) - f_0 \dot{\varphi} \quad (3.15)$$

$$k_1 = g \rho_d \left(\frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right) + g(m_{u1} l_{u1} - m_m l_m) \quad (3.16)$$

$$k_2 = \rho_d l_2 g \sqrt{\frac{l_2^2}{4} + r_2^2} \quad (3.17)$$

Na sliki 4 vidimo primerjavo med odzivom naprave in odzivom modela na stopničast vhodni signal. Odziva modela in naprave se razlikujeta, zato smo izvedli optimizacijo in nadgradnjo modela, ki je bolj podrobno opisana v nadaljevanju.



Slika 4 Odziv nelinearnega modela in naprave na stopničasta vzburjanja

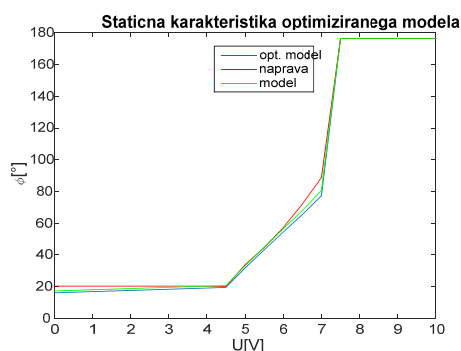
3.1 Optimizacija

Najprej smo z optimizacijo hoteli izboljšati statično karakteristiko modela [5]. V ta namen smo uporabili kriterijsko funkcijo (3.18), ki je uporabljala kvadrat signala pogreška (3.19). Za optimizacijo smo izbrali parametra k_1 in k_2 , minimum kriterijske funkcije pa je računala vgrajena Matlabova funkcija `fminsearch`. Začetne vrednosti parametrov smo izbrali glede na enačbi (3.16) in (3.17).

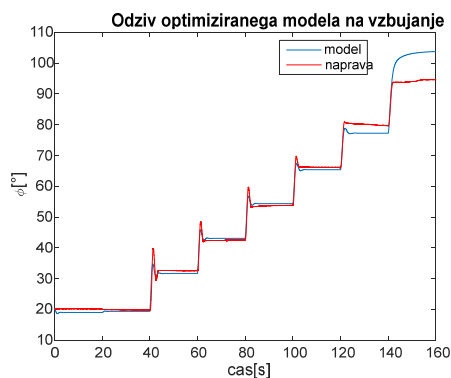
$$J = \int_0^{T_{fin}} e^2 dx \quad (3.18)$$

$$e = \varphi_{napstat} - \varphi_{modstat} \quad (3.19)$$

Na sliki 7 vidimo, da se statična karakteristika optimiziranega modela bistveno ne razlikuje od statične karakteristike začetnega modela, vendar pa se odziv optimiziranega modela bolj ujema z odzivom naprave (slika 8). Izboljšava glede na model pred optimiziranjem se vidi le v statičnem delu karakteristike, kar je pričakovano, ker s parametroma k_1 in k_2 vplivamo le na statične lastnosti.



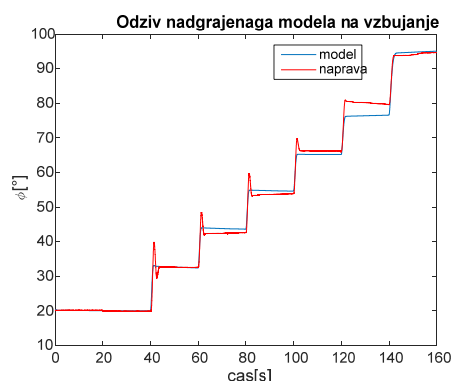
Slika 5 Statična karakteristika optimiziranega modela



Slika 6 Odziv optimiziranega modela na stopničasto vzbujanje

3.2 Nadgradnja modela

Model smo zaradi nelinearnosti, ki so se pojavljale, ko smo napravo dvigovali oziroma spuščali v isto točko, nadgradili z delom, ki je modeliral to nelinearnost (lepenje). Lepenje smo modelirali z blokom, ki določa predznak kotne hitrosti, tako da vidimo, ali se v točko dvigamo ali spuščamo, in blokom ojačenja, tako dobljen signal pa smo nato z negativnim predznakom peljali v seštevalnik. Vrednost parametra lepenja k_3 smo določili eksperimentalno: $k_3 = 0,15$. Odziv nadgrajenega modela na stopničasto vzbujanje prikazuje slika 7.



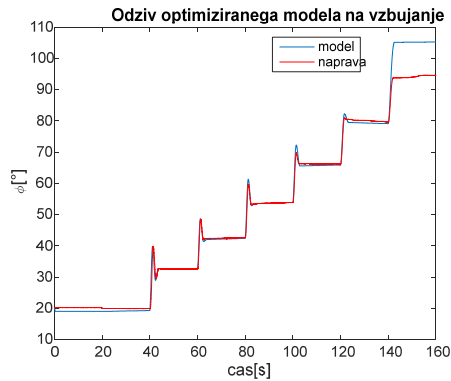
Slika 7 Odziv nadgrajenega modela

3.3 Končna optimizacija

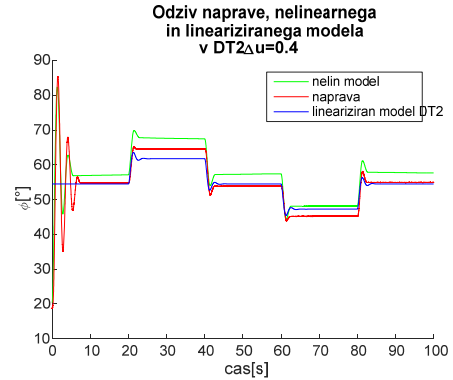
Nadgrajeni model še vedno ni dajal zelenih rezultatov pri stopničasti spremembi vhodnega signala, zato smo ga še optimizirali. Za optimizacijo smo morali posneti odziv modela na signal, ki se spreminja tako hitro, da se izhodni signal nikoli ne ustali. Potem smo optimizirali parameter f_0 z Matlabovo funkcijo `fminsearch`. Za začetno vrednost parametra smo izbrali isto vrednost kot pri gradnji modela, kriterijska funkcija je bila enaka kot v enačbi (3.18), le da smo tukaj pogrešek računali po enačbi (3.20).

$$e = \varphi_{nap} - \varphi_{mod} \quad (3.20)$$

Tako smo poleg zelenih statičnih ujemanj modela z napravo, dosegli tudi dobro ujemanje pri prehodnih pojavih odziva, kot je ilustrirano na sliki 8.



Slika 8 Odziv končnega modela



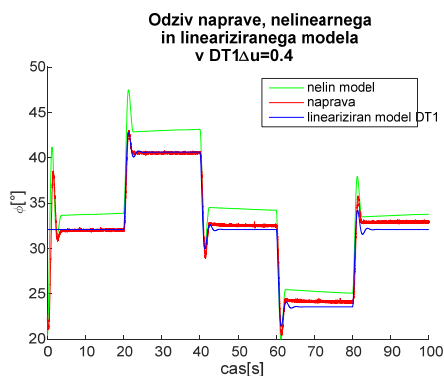
Slika 10 Odziv v delovni točki 2

3.4 Linearizacija

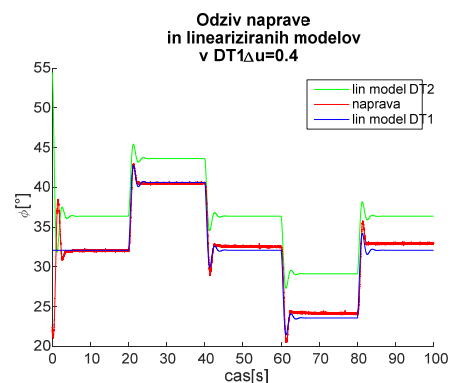
Za linearizacijo modela smo najprej izbrali dve delovni točki, in sicer eno pri vrednosti vhodnega signala 5 V in drugo pri vrednosti 6 V. Iz statične karakteristike vidimo, da je vrednost kota φ pri takšnih signalih $32,1^\circ$, oziroma $54,5^\circ$. Za linearizacijo smo morali nekoliko preoblikovati model. Integrator z omejitvijo smo zamenjali s takšnim brez omejitve. Nato smo za linearizacijo modela v obeh delovnih točkah uporabili vgrajeno Matlabovo funkcijo `linmod`, ki je izračunala linearni model v prostoru stanj, oziroma matrike A, B, C in D . Primerjavo odzivov v obeh delovnih točkah z malimi odmiki vhodnega signala iz delovne točke, lineariziranih modelov, naprave in nelinearnega modela lahko vidimo na slikah 9 in 10.

Vidimo, da se odziva lineariziranih modelov nekoliko razlikujeta od odziva naprave pri majhnih spremembah vhodnega signala iz delovni točki, vendar imata linearizirana modela manjšo napako glede na nelinearni model, ki smo ga razvili za celotno območje delovanja naprave.

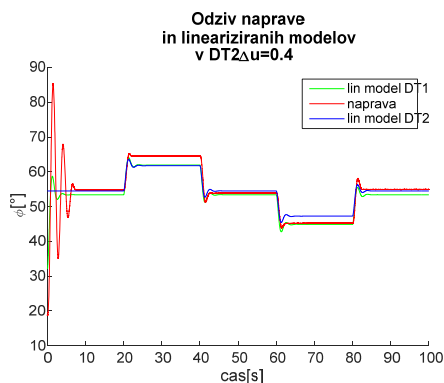
Na sliki 11 lahko vidimo, da odziv modela, lineariziranega v delovni točki ena, veliko bolje sledi odzivu naprave v delovni točki ena, medtem ko je odziv modela, lineariziranega v delovni točki dva, konstantno, za približno 4° , večji od odziva naprave. Na sliki 12 pa vidimo, da sta si odziva obeh lineariziranih modelov podobna, v nekaterih delih pa je celo model, lineariziran v delovni točki ena, boljši od drugega, kljub temu, da se vhodni signali nahajajo v območju delovne točke dva.



Slika 9 Odziv v delovni točki 1



Slika 11 Odziv v delovni točki 1



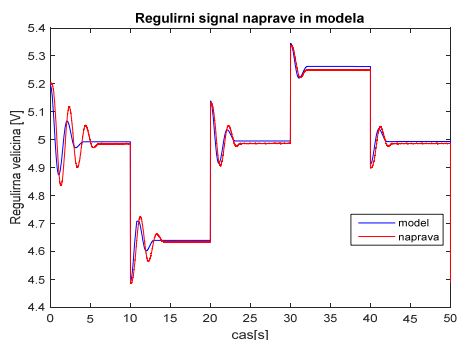
Slika 12 Odziv v delovni točki 2

4 Vrednotenje

Namen modeliranja je bil razvoj modelov za načrtovanje vodenja. Zato smo končno vrednotenje realizirali z enostavnim proporcionalnim regulatorjem [6] (tukaj ni bil poudarek na razvoju regulatorja), kakovost modela pa smo ovrednotili s Theilovim koeficientom (4.1), ki je primerjal regulirni veličini modelov in realne naprave.

$$TIC = \frac{\sqrt{\sum (u_{nap} - u_{mod})^2}}{\sqrt{\sum u_{nap}^2} + \sqrt{\sum u_{mod}^2}} \quad (4.1)$$

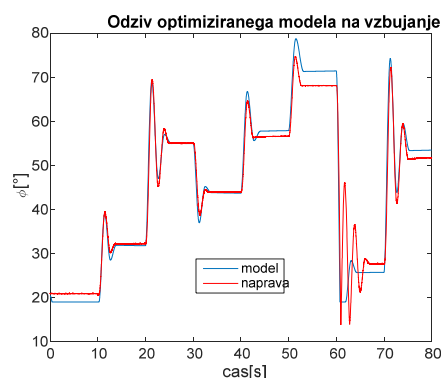
Izračunan Theilov koeficient za majhne spremembe v okolici delovne točke pri 5 V, znaša 0,0026, kar je zelo dobro (vrednost bliže 0 je boljša), na sliki 13 pa je prikazan še potek regulirnih veličin za napravo in nelinearni model. Vidimo, da se poteki večinoma prekrivajo, zaznamo lahko le rahla odstopanja zaradi večje vrednosti dušenja pri modelu. Ta primerjava pa napoveduje, da je izdelani model primeren za načrtovanje vodenja realne naprave.



Slika 13 Potek regulirne veličine na vходу v napravo in nelinearni model

5 Zaključek

Razviti nelinearni model nam omogoča dovolj dober približek realni napravi za potrebe načrtovanja vodenja. Na sliki 14 vidimo, da se odziv modela na drugačen vhodni signal, kot je tisti, s katerim smo gradili model, ujema z odzivom naprave. Odstopanje odziva modela od odziva naprave povzroči spodnja omejitve izhoda modela, ki je nastavljena nekoliko previsoko. V nadaljevanju bi lahko model izboljšali tako, da bi prilagodili to spodnjo mejo in še nadalje izboljševali koeficient dušenja f_0 ter koeficient lepenja k_3 , in sicer tako, da bi se spreminjala v odvisnosti od izhodnega kota.



Slika 14 Odziv modela in naprave

6 Literatura

- [1] M. Atanasijević-Kunc, Metode modeliranja: prosojnica predavanj, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2019.
- [2] M. Atanasijević-Kunc, R. Karba B. Zupančič, Modeliranje in simulacija, 1. izd. Založba FE, Univerza v Ljubljani, 2016.
- [3] A. Belič, Tehnični podatki laboratorijske naprave Helikopter, Priročnik, Fakulteta za elektrotehniko: Ljubljana, 2005.
- [4] G. Koporec, R. Tavčar, G. Karer, Modeliranje elektro-mehanske pilotne naprave, Zbornik štiriindvajsete mednarodne Elektrotehniške in računalniške konference ERK 2015, zv. A, str. 191-194.
- [5] M. Atanasijević-Kunc, Modeliranje procesov: zbirka primerov z ilustracijami v okolju Matlab-Simulink. 2. izd., Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2008.
- [6] B. Zupančič, Zvezni regulacijski sistemi, 2. dopolnjena izdaja, Ljubljana, Fakulteta za elektrotehniko, 1996.