

Simulacija in animacija dinamičnega sistema helikopterska roka

Klara Langerholc in Matic Ljubi

Mentor: doc. dr. Gorazd Karer

Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, Tržaška 25, 1000 Ljubljana

E-maili: kl1018@student.uni-lj.si, ml6445@student.uni-lj.si, gorazd.karer@fe.uni-lj.si

Simulation and animation of a heliocrane dynamic system

In this paper, we discuss mathematical modeling of a heliocrane system, the properties of which are the starting point for describing larger systems that include several such actuators. We created the model for the purpose of the eventual design of a control system. We presented a nonlinear model of the system, as well as two linearized models that we developed for different operating conditions of the treated system. First, we derived a mathematical model and then tried to optimize its parameters so that the responses of the nonlinear model fit the responses of the real device as closely as possible. The derivation of linear models also facilitated the analysis of the system for the selected operating conditions. We compared the responses of all models with each other and thus validated the results. In the validation, we paid special attention to the closed-loop operation of the system, and to animation, which contributes to a better understanding of the processes and eliminates errors in the interpretation of modeling results.

Kratek pregled prispevka

V prispevku obravnavamo matematično modeliranje sistema helikopterska roka, katerega lastnosti so izhodišče za opisovanje tudi večjih sistemov, ki vključujejo več tovrstnih aktuatorjev. Model je namenjen uporabi pri morebitnem načrtovanju vodenja sistema. Predstavili smo nelinearni model sistema in tudi dva linearizirana modela, ki smo ju razvili za različne pogoje delovanja opazovanega sistema. Pristop k modeliranju je bil tako teoretični kot tudi eksperimentalni. Najprej smo namreč izpeljali matematični model, nato pa s pomočjo eksperimentiranja poskušali parametre matematičnega modela optimizirati tako, da se odzivi nelinearnega modela čim bolj prilegajo odzivom realne naprave. Izpeljava linearnih modelov nam je omogočila tudi lažjo analizo sistema v izbranih delovnih pogojih. Odzive vseh modelov smo med seboj primerjali ter tako ovrednotili rezultate. Posebno pozornost pri vrednotenju smo posvetili delovanju sistema v zaprti zanki in animaciji, ki prispeva k boljšemu razumevanju procesov in odpravljanju napak v interpretaciji rezultatov modeliranja.

1 Uvod

Helikopterski sistemi z različnim številom propelerjev so dandanes močno razširjeni in se pojavljajo na različnih področjih. Ne glede na to, ali gre za helikopter, podmornico ali otroško igračo, je vsem takšnim sistemom skupno, da imajo motorje s propelerji, ki proizvedejo potisno silo, to pa pogosto izkoristimo za premik naprave. V tem prispevku obravnavamo zelo enostavno helikoptersko napravo z le enim propelerjem, helikoptersko roko [1]. Razumevanje delovanja enostavnih sistemov je pogosto ključno za kasnejše razumevanje podobnih, bolj kompleksnih sistemov.

V tem prispevku predstavljamo razvoj dinamičnega modela helikopterske roke, in sicer s hibridnim pristopom k modeliranju. Takšen pristop vključuje teoretično modeliranje, dopolnjeno z ustreznimi načrtanimi eksperimenti na sistemu, ki rezultate teoretičnega modeliranja izboljšajo [2-4].

Prispevek je organiziran tako, da najprej v drugem razdelku na kratko opišemo obravnavano napravo ter njene glavne karakteristike. V tretjem razdelku nato predstavimo razvoj nelinearnega modela, v četrtem razdelku pa smo izbrali dve različni delovni točki in razvili tudi ustrezna linearizirana modela. Sledi analiza pomembnih lastnosti sistema, ki smo jih dopolnili s simulacijskimi rezultati in vrednotenjem ter animacijo sistema, kar vse vpliva na večje zaupanje v ustrezno delovanje načrtanih modelov. Peti razdelek predstavi zaključke dela in nekatera izhodišča za nadaljnje raziskave.

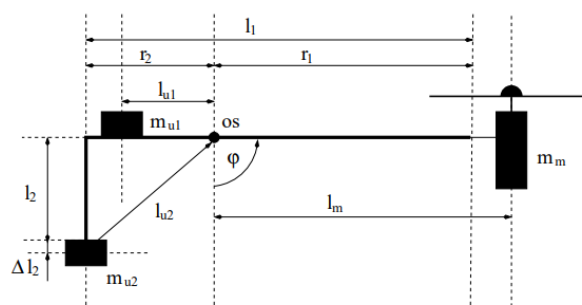
2 Opis naprave

Helikopterska roka je, dinamično gledano, nihalo. Sestavljena je iz ogrodja in uležajene osi, okrog katere se nihalo vrti. Os nihala je privarjena na nihalo. Na en konec nihala sta pritrjeni dve protiuteži, na drugem koncu pa se nahaja električni motor s propelerjem, ki omogoča odmikanje naprave iz ravnovesne lege. Na ogrodje naprave je pritrjen še potenciometer, s pomočjo katerega merimo kot odmika nihala. Naprava je prikazana na sliki 1.



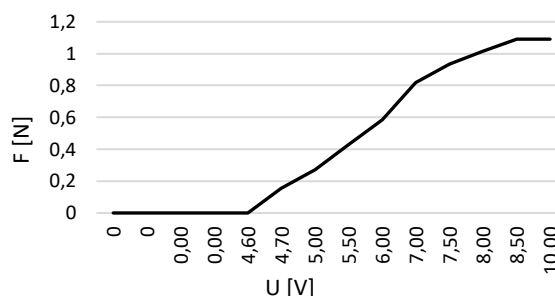
Slika 1: Helikopterska roka

Na sliki 2 je prikazana shema helikopterske roke.



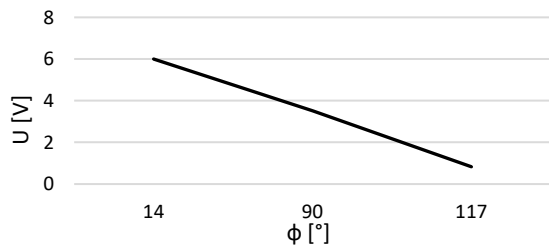
Slika 2: Shematični prikaz naprave [1]

Za modeliranje naprave helikopterska roka sta pomembni dve karakteristiki. Najprej smo določili karakteristiko potiska motorja s propelerjem v odvisnosti od krmilne napetosti (slika 3).



Slika 3: Karakteristika potiska motorja s propelerjem v odvisnosti od krmilne napetosti

Druga pomembna karakteristika pa je karakteristika potenciometra za merjenje kota, ki je prikazana na sliki 4.



Slika 4: Karakteristika potenciometra za merjenje kota

3 Razvoj nelinearnega modela

Nelinearni model helikopterske roke izhaja iz matematičnega modela. Tega smo razvili na osnovi enačbe (2.1) za ravnovesje navorov:

$$J\ddot{\varphi} = T - f\dot{\varphi}, \quad (2.1)$$

kjer je J skupni vztrajnostni moment, T je vsota navorov na napravo, φ je kot zasuka glede na navpično lego, f pa koeficient viskoznega dušenja v ležajih. Vztrajnostni moment helikopterske roke razdelimo na pet delov. Vztrajnostni moment vodoravne palice smo izračunali po enačbi (2.2), kjer smo uporabili Steinerjev izrek. Vztrajnostni moment navpične palice smo izračunali po enačbi (2.3). Vztrajnostne momente obeh mas in motorja smo izračunali po enačbah (2.4), (2.5) in (2.6), kjer smo jih obravnavali kot točkovne mase.

$$J_1 = \frac{1}{3} \rho_d l_1 (r_1^2 - r_1 r_2 + r_2^2) \quad (2.2)$$

$$J_2 = \rho_d l_2 \left(\frac{l_2^2}{3} + r_2^2 \right) \quad (2.3)$$

$$J_3 = m_m l_m^2 \quad (2.4)$$

$$J_4 = m_{u1} l_{u1}^2 \quad (2.5)$$

$$J_5 = m_{u2} l_{u2}^2 \quad (2.6)$$

Pri računanju navorov smo določili pozitivno smer pri gibanju helikopterske roke navzgor. Navor potiska propelerja smo določili po enačbi (2.7), navor mase motorja po enačbi (2.8), navor vodoravne palice po enačbi (2.9), navor navpične palice po enačbi (2.10), navor obeh mas pa po enačbah (2.11) in (2.12).

$$T_1 = F_m l_m \quad (2.7)$$

$$T_2 = -m_m g l_m \sin(\varphi) \quad (2.8)$$

$$T_3 = -\rho_d \frac{r_1^2}{2} g \sin(\varphi) + \rho_d \frac{r_2^2}{2} g \sin(\varphi) \quad (2.9)$$

$$T_4 = \rho_d g l_2 \sqrt{\frac{l_2^2}{4} + r_2^2} \sin(\varphi + \alpha) \quad (2.10)$$

$$T_5 = m_{u1} g l_{u1} \sin(\varphi) \quad (2.11)$$

$$T_6 = m_{u2} g \sqrt{(l_2 + \Delta l_2)^2 + r_2^2} \sin(\varphi + \beta) \quad (2.12)$$

Vrednosti parametrov helikopterske roke so predstavljene v tabeli 1.

Tabela 1: Vrednosti parametrov helikopterske roke

Parameter	Vrednost
m_m	0,13 kg
m_{u1}	0,145 kg
m_{u2}	0,02 kg
l_1	0,54 m
l_1	0,128 m
r_1	0,34 m
r_2	0,128 m
l_{u1}	0,165 m
l_{u2}	0,24 m
l_m	0,38 m
l_{2d}	0,21 m
α	17,74°
β	33,62°
ρ_d	1,13 kg/m
f	0,072 kg/s

Konstantne parametre v enačbah navorov smo združili v pomožne parametre, kot je podano v enačbah (2.13), (2.14) in (2.15):

$$k1 = g \left(\rho_d \left(\frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right) + m_{u1} l_{u1} - m_m l_m \right) \quad (2.13)$$

$$k2 = \rho_d g l_{2d} l_2 \quad (2.14)$$

$$k3 = m_{u2} g l_{u2} \quad (2.15)$$

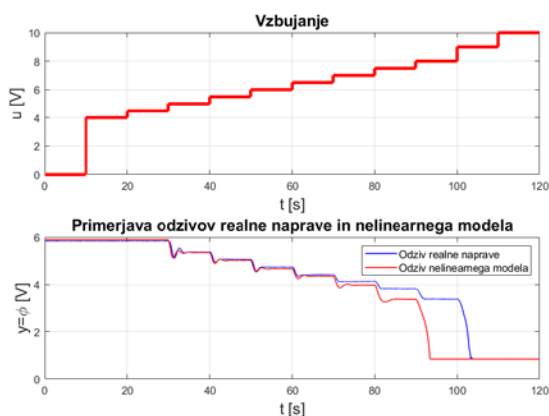
Nelinearni model, ki ga modeliramo v okolju Simulink [5], je predstavljen z enačbo (2.16):

$$\begin{aligned}
 J\ddot{\varphi} &= F_m l_m + k_1 \sin(\varphi) \\
 &+ k_2 \sin(\varphi + \alpha) \\
 &+ k_3 \sin(\varphi + \beta) - f\dot{\varphi}
 \end{aligned}
 \quad (2.16)$$

V simulaciji smo na začetku določili mirovno lego helikopterske roke. Ta ne znaša 0° , kot smo sprva predpostavili, ampak $18,66^\circ$. Prav tako je bilo potrebno določiti končno lego, ker ima helikopterska roka pri $173,33^\circ$ postavljeno ročico, ki preprečuje nadaljnje gibanje nihala.

Realno napravo vzbujamo z napetostjo. V našem nelinearnem modelu pa imamo vzbujanje podano s pogonsko silo propelerja. Povezavo med napetostjo in pogonsko silo propelerja opisuje karakteristika motorja (slika 3). Prav tako v nelinearnem modelu kot zasuka helikopterske roke merimo z napetostjo, ki jo nato s pomočjo karakteristike potenciometra (slika 4) pretvorimo v kot zasuka v stopinjah.

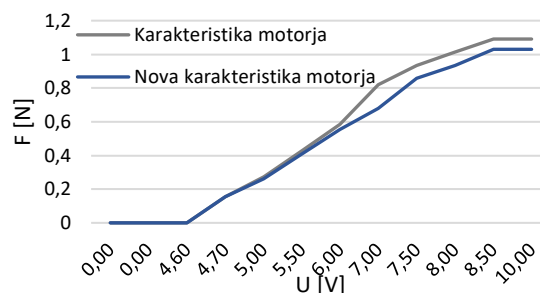
Nelinearni model in realno napravo smo vzbujali s stopničastim vhodnim signalom. Vzbujanje in oba odziva so prikazani na sliki 5.



Slika 5: Primerjava odzivov realne naprave in nelinearnega modela na stopničasto vzbujanje

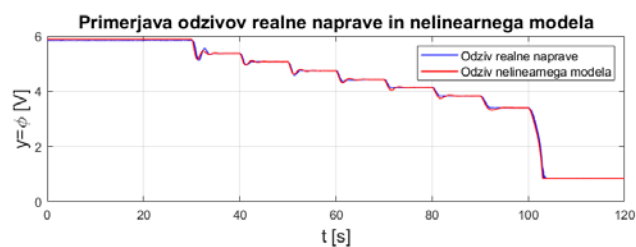
Iz slike je razvidno da se odziva ne ujemata. Zato smo se odločili, da na našem nelinearnem modelu naredimo določene izboljšave. Odločili smo se, da spremenimo karakteristiko motorja, saj se pojavijo večje razlike med odzivoma pri vzbujanjih z višjimi napetostmi. Novo karakteristiko smo dobili tako, da smo ob časih, kjer ima realna naprava statično karakteristiko,

izmerili napetost izhoda realne naprave. To napetost smo s pomočjo karakteristike senzorja kota pretvorili v radiane. Dobljeni kot smo nato z matematičnim modelom pretvorili v željeno silo. Primerjava med začetno in novo karakteristiko je prikazana na sliki 6.



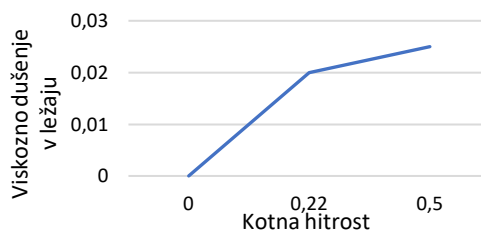
Slika 6: Primerjava med začetno in novo karakteristiko potiska motorja

Pri primerjavi odziva nelinearnega modela s popravljeno karakteristiko in odziva realne naprave (slika 7), je razvidno, da se odziva zdaj precej bolje ujemata pri višjih vhodnih napetostih. Prihaja pa do neujemanj pri prehodnih pojavih.



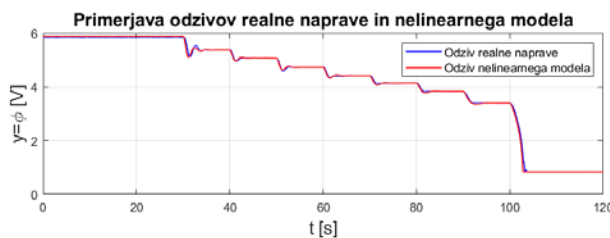
Slika 7: Primerjava odziva realne naprave in odziva nelinearnega modela s popravljeno karakteristiko motorja

Edini prameter, ki vpliva na prehodni pojav, je koeficient viskoznega dušenja v ležajih. Novo nelinearno karakteristiko viskoznega dušenja, prikazano na sliki 8, smo določili eksperimentalno.



Slika 8: Nova karakteristika viskoznega dušenja

Odziv nelinearnega modela z vsemi izboljšavami v primerjavi z odzivom realne naprave je prikazan na sliki 9.



Slika 9: Primerjava odziva nelinearnega modela z optimizacijami in odziva realne naprave

Iz slike je razvidno, da se odziv nelinearnega modela veliko bolje ujema z odzivom realne naprave, kot pred omenjenimi izboljšavami. Kvantitativno vrednotenje modelov pred in po izboljšavami sledi v razdelku 4.1.

4 Linearizacija, analiza in animacija

Linearizacija pomeni, da se v enačbah, ki opisujejo model, znebimo nelinearnih izrazov in jih nadomestimo z lineariziranimi [2]. Nelinearni izrazi v predstavljenem nelinearnem modelu so v enačbi (3.1) zapisani z odebeljenim tiskom.

$$\begin{aligned}
 J\ddot{\varphi} = & F_m l_m + k1 \sin(\varphi) \\
 & + k2 \sin(\varphi + \alpha) \\
 & + k3 \sin(\varphi + \beta) \\
 & - f\dot{\varphi}
 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Nelinearne člene smo linearizirali z uporabo Taylorjeve vrste oz. tangentne aproksimacije. Za linearizacijo smo si izbrali dve delovni točki: eno pri vzburjanju 5,5 V in izhodni napetosti 5,07 V, drugo pa pri vzburjanju 7,5 V in izhodni napetosti 3,84 V.

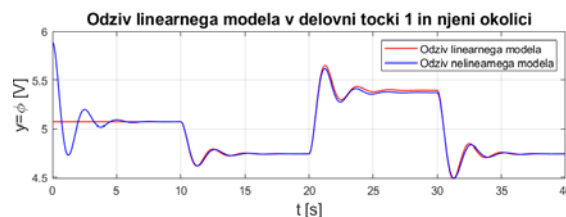
Z znanimi delovnimi točkami smo lahko izračunali matriko A, vektorja B in C ter konstanto D, s katerimi model zapišemo v prostoru stanj. S pomočjo okolja Matlab smo zapisali prenosni funkciji za prvo (enačba (3.2)) in drugo (enačba (3.3)) delovno točko.

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{7,8675}{s^2 + 1,847s + 6,8396} \quad (3.2)$$

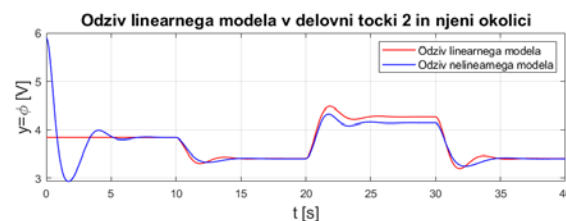
$$G_2(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{7,8675}{s^2 + 1,847s + 3,4235} \quad (3.3)$$

Oba linearna modela sta drugega reda, saj imata dva pola, ki se nahajata v levi s-polravnini, kar hkrati tudi pomeni, da sta sistema stabilna. Sistema nimata ničel, torej je relativni red 2. Enosmerno ojačenje prvega sistema je 1,1503, drugega sistema pa 2,298.

V sami simulaciji je bilo potrebno upoštevati še karakteristike motorja in senzorja kota zasuka. Na sliki 10 je prikazan odziv linearnega modela v prvi delovni točki in njeni okolici, na sliki 11 pa odziv linearnega modela v drugi delovni točki.



Slika 10: Primerjava odziva nelinearnega modela z odzivom linearnega modela v prvi delovni točki



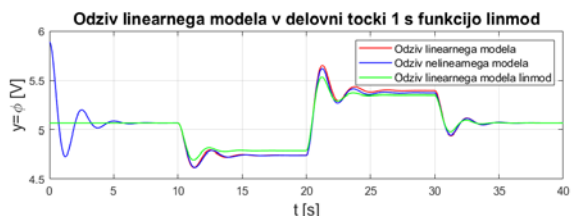
Slika 11: Primerjava odziva nelinearnega modela z odzivom linearnega modela v drugi delovni točki

Iz odzivov linearnih in nelinearnega modela se vidi, da se – poleg odstopanja v prehodnem pojavu – pojavi odstopanje tudi v ustaljenem stanju. Odstopanje je posledica nelinearne karakteristike motorja.

V prvi delovni točki smo izvedli tudi linearizacijo s pomočjo Matlabove funkcije linmod, v katero smo podali simulacijsko shemo nelinearnega modela ter delovno točko. Funkcija nam vrne matriko A, vektorja B in C ter konstanto D. S pomočjo teh vrednosti zapišemo enačbo (3.4), ki predstavlja zapis sistema s prenosno funkcijo:

$$G_3(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{-4,2860}{s^2 + 1,843s + 7,7559} \quad (3.4)$$

Prenosna funkcija se v primerjavi s predhodnima dvema razlikuje predvsem v ojačenju. Negativno ojačenje je posledica upoštevanja karakteristike motorja in sensorja kota. Na sliki 12 je prikazan odziv linearne sistema v prvi delovni točki, ko smo uporabili funkcijo linmod in Taylorjevo vrsto.



Slika 12: Primerjava odziva linearne sistema, zgrajenega s funkcijo linmod, odziva linearne sistema, zgrajenega s Taylorjevo vrsto ter odziva nelinearne sistema

Iz slike se vidi, da se odziva razlikujeta. Linearni model, zgrajen s pomočjo Taylorjeve vrste se bolje prilega nelinearnemu modelu.

4.1 Vrednotenje modelov

Za kvantitativno vrednotenje modelov smo uporabili Theilov koeficient (TIC), ki je podan v enačbi (3.5).

$$TIC(y) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_{si} - y_{mi})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n y_{si}^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^n y_{mi}^2}} \quad (3.5)$$

y_s predstavlja odziv realne naprave, y_m pa odziv modeliranega sistema. Želimo si, da je TIC čim bližje 0.

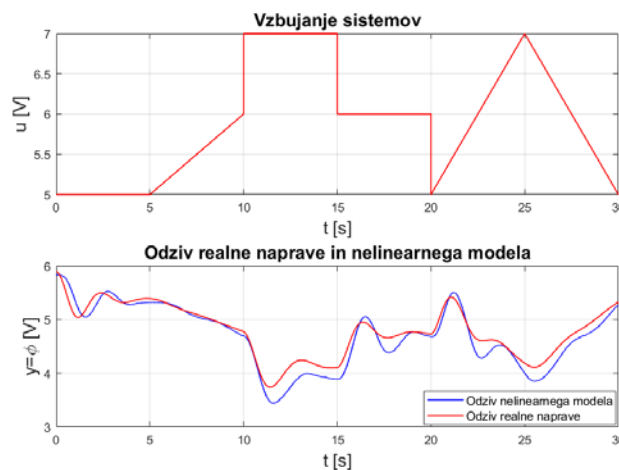
Vrednosti Theilovega koeficienta pri primerjavi odziva realne naprave z odzivom nelinearne sistema v različnih točkah razvoja nelinearne sistema so vidne v tabeli 2.

Tabela 2: Vrednosti TIC-a pred in po optimizacijami

	TIC
Pred optimizacijami	0,0787
Popravljen viskozno dušenje v ležajih	0,0041
Popravljen karakteristika motorja	0,0038

Vidimo, da se TIC z optimizacijami zmanjšuje, torej so bile opisane optimizacije nelinearne sistema smiselne.

Za korektno vrednotenje nelinearne sistema smo sistem vzbujali z vhodnimi napetostmi, ki se razlikujejo od tistih, na podlagi katerih smo eksperimentalno gradili model. Želimo, da se odziv na novo vzbujanje čim bolj prilega odzivu realne naprave na takšno vzbujanje. Odziva sta prikazana na sliki 13.



Slika 13: Primerjava odziva nelinearne sistema z odzivom realne naprave pri novem vzbujanju

Izračunan TIC pri takšnem vzbujanju je 0,0180.

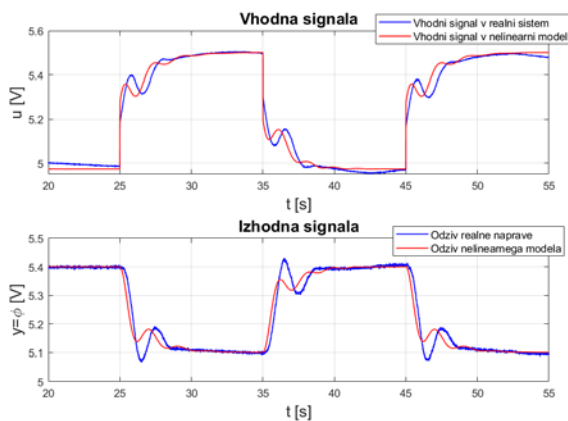
Pri vrednotenju linearnih sistemov smo izračunali TIC med odzivom nelinearne sistema in odzivom obeh linearnih sistemov na več različnih vzbujanj. Izračunan TIC v povprečju znaša 0,0274.

4.1.1 Vrednotenje v zaprti zanki

Sistem helikopterska roka je nestabilen, kar pomeni, da ga ni mogoče ovrednotiti z odprtozračnimi poskusi v nestabilnem območju. Da bi lahko sistem ovrednotili tudi v nestabilnem območju smo načrtali enostaven PI-regulator in z nastavitvenimi pravili ter s preizkušanjem določili njegove parametre.

Regulator smo preizkusili na ustvarjenem modelu in na realni napravi v delovni točki (uporabljena je bila enaka delovna točka kot pri prvem linearnem modelu). Preizkus je potekal za sledilno delovanje regulatorja. Rezultati so vidni

na sliki 14. Vidimo, da se signali lepo ujemajo, do večjih razlik pa prihaja predvsem pri prehodnih intervalih, kar je posledica nenatančno določenega koeficienta dušenja. Pri vrednotenju v zaprti zanki je pomembna predvsem primerjava regulirnih signalov $u(V)$.



Slika 14: Potek signalov na vhodu in izhodu iz realne naprave ter nelinearnega sistema z regulatorjem

Obnašanje sistema z regulatorjem smo preizkusili tudi v nestabilnem območju delovanja naprave ter tako preverili, da je tudi tam sistem mogoče stabilizirati in ovrednotiti njegov model.

4.1.2 Animacija helikopterske roke

Za boljšo predstavitev in vrednotenje nelinearnega modela smo izdelali tudi animacijo helikopterske roke (slika 15).

Animacija omogoča lažjo predstavo delovanja sistema ter s tem tudi bolj intuitivno vrednotenje ustvarjenih modelov.



Slika 15: Animacija helikopterske roke

Animacija prikazuje dva grafa. Na prvem vidimo vzbujanje naprave, na drugem pa njen odziv. Oba grafa se med simulacijo sproti izrisujeta. Poleg grafov se nahaja naprava

helikopterska roka. Sestavljena je iz stojala, podpore, dveh uteži in motorja. V animaciji se tudi hitrost vrtenja propelerja spreminja glede na vhodne napetosti. Nihalo se pomika navzgor v nasprotni smeri urnega kazalca v skladu z odzivi v drugem grafu.

5 Zaključki

V prispevku smo opisali matematični model naprave helikopterska roka, s pomočjo katerega smo nato poskušali simulirati delovanje realne naprave. Izkazalo se je, da so potrebne številne optimizacije, saj se odzivi izhodiščne različice modela niso dovolj dobro ujemali z odzivi realne naprave. Optimizirani nelinearni model smo tudi linearizirali v dveh različnih delovnih točkah. Vse razvite modele smo vrednotili s pomočjo Theilovega koeficienta, razvili pa smo tudi enostaven PI-regulator ter zgrajene modele tako vrednotili tudi za namene načrtovanja vodenja. Za boljšo predstavitev smo izdelali tudi animacijo modeliranega sistema.

Čeprav razviti modeli vsebujejo še nekatere pomanjkljivosti, smo z njimi zadovoljni, saj se njihovi odzivi lepo prilegajo odzivom realne naprave, zato bi jih lahko uporabili tudi za načrtovanje vodenja realne naprave. V nadaljevanju bi lahko v nelinearnem modelu upoštevali še lepenje, ter tako še dodatno izboljšali delovanje, predvsem v prehodnih pojavih.

6 Literatura

- [1] A. Belič, Priročnik pilotne naprave, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2005.
- [2] M. Atanasijević-Kunc, Metode modeliranja, Študijsko gradivo, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2020.
- [3] M. Atanasijević-Kunc, R. Karba, B. Zupančič, Modeliranje in simulacija. Založba Fakultete za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2016.
- [4] R. Karba, Modeliranje procesov, Založba FE in FRI, 1999.
- [5] M. Atanasijević-Kunc, Modeliranje procesov: zbirka primerov z ilustracijami v okolju Matlab-Simulink, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2008.